PARTS OF THE ORIGINAL DOCUMENT

ARE OF POOR REPRODUCTIVE QUALITY

CERTAINES PARTIES DU DOCUMENT ORIGINAL

SONT DE PIÈTRE QUALITÉ DE REPRODUCTION

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CASE POSTALE 6128, STATION A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

UNE APPLICATION DE L'ESTIMATEUR FIVER À UN PROBLÈME D'OFFRE ET DE DEMANDE DE TRANSPORT EN COMMUN À MONTRÉAL

par

Yvon Sabourin

Yvon Sabourin est étudiant au département de sciences économiques.

Ce travail a été subventionné par le Centre de Développement des Transports de Transport Canada.

Université de Montréal

Publication # 79 - Centre de recherche sur les transports

Août 1977

RÉSUMÉ

Ce rapport de recherche résume les estimations des paramètres d'un système d'équations simultanées d'offre et de demande de transport en commun. Même si la formulation de certaines des équations est provisoire, le système considéré est suffisamment développé pour qu'on puisse y voir clairement l'effet de l'utilisation d'une version itérée de la méthode à information complète FIVER de Fair qui a comme intérêt particulier de permettre le traitement de systèmes à plus de cent paramètres dont les équations présentent des résidus autocorrelés. On y trouve aussi une comparaison de résultats obtenus par le FIVER itéré et par la méthode du maximum de vraisemblance.

ABSTRACT

This research report compares full information maximum likelihood estimates of a small transit supply-demand model with estimates obtained from an iterated version of Fair's full instrumental variable efficient estimator FIVER. The latter technique is also described and used on a provisional large version of the supply-demand model.

Je remercie le Centre de Développement des Transports pour le soutien financier apporté à cette étude. Je tiens également à remercier mon directeur de recherche, M. Marc Gaudry, ainsi que MM. Marcel Dagenais, Robert Lévesque et Tran Cong Liem pour leurs multiples interventions. Je témoigne enfin de ma reconnaissance envers tous mes amis du département pour leurs encouragements à mon égard au cours de ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION 1

SECTION I: Un modèle de transport en commun à Montréal. . 3

1. Présentation du modèle 3

1.1 La demande. 4

1.2 L'offre 5

2. Autocorrélation sérielle des erreurs 5

3. Corrélation contemporaine des erreurs 7

4. Méthode d'estimation 7

SECTION II: Le FIVER 8

1. Description du problème. 8

2. Variables instrumentales 9

3. Corrélation contemporaine. 11

4. Calcul de l'estimateur FIVER 12

5. Itérations sur le FIVER. 16

6. Option de Dhrymes. 19

SECTION III: Analyse des résultats 20

1. Le programme FIVER 20

2. Utilisation de modèles réduits 21

2.1 Modèle E. 21

2.2 Modèle I. 24

2.3 Modèle P. 25

3. Application au modèle de transport en commun . 31

3.1 Modèle G1 31

3.2 Modèle G2 33

SOMMAIRE (suite)

CONCLUSION 42

APPENDICE A: Définitions des variables 44

APPENDICE B: Graphiques comparatifs de certains coefficients obtenus pour les modèles G1 et G2 48

APPENDICE C: Graphiques de certains coefficients pour 120 itérations du modèle G2. 61

BIBLIOGRAPHIE. 74

LISTE DES TABLEAUX

1. Étape initiale de la procédure FIVER 12

2. Étapes subséquentes du FIVER itéré 18

3. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle E. 22

4. Comparaison de FIML, FIVER itéré et 3SLS itéré de Dhrymes. 28

5. Corrélations entre les valeurs de $\hat{Y}$ obtenues pour diverses itérations et les valeurs brutes de Y. 30

6. Corrélations entre les instruments et leurs variables endogènes respectives (Modèle P). 30

7. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle G1. 32

8. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle G2. 33

9. Équation 1: Demande des adultes. 36

10. Équation 2: Demande des écoliers. 37

11. Équations d'offre estimées par FIVER. 38

12. Élasticités de la demande par rapport aux principales caractéristiques du transport en commun. 40

INTRODUCTION

Nous présentons dans ce rapport une étape de recherche d'un modèle économique du transport en commun à Montréal; nous chercherons à obtenir une estimation adéquate du modèle élaboré jusqu'à présent.

Après une brève description de ce modèle, nous soulèverons les difficultés posées par sa structure à l'estimation de ses paramètres; ces difficultés découlent de la combinaison des problèmes de simultanéité et d'autocorrélation des erreurs. Une technique récente d'estimation développée par Fair [6], s'est avérée celle qui fournissait la meilleure solution à ces problèmes, étant donné les grandes dimensions du modèle et la liberté désirée dans le choix d'un schème approprié des erreurs: il s'agit de l'estimateur FIVER (full-information instrumental variables efficient estimator with autoregressive residuals).

De l'avis de Fair lui-même, personne n'avait encore procédé à des essais empiriques de sa procédure, c'est pourquoi nous avons jugé bon, dans un premier temps, de la comparer à l'estimateur du maximum de vraisemblance en utilisant un modèle réduit.

Bien que le FIVER constitue un estimateur approprié pour notre modèle de transport en commun, les résultats qui seront présentés plus loin ne doivent cependant pas être con-

sidérés comme finals dans l'étude de ce marché à cause de l'état temporaire de la formulation des équations d'offre; du point de vue économétrique, les résultats obtenus permettent toutefois d'établir une comparaison entre le FIVER et d'autres méthodes d'estimation.

SECTION I

Un modèle de transport en commun à Montréal

1. Présentation du modèle

Le modèle à équations simultanées que nous avons choisi pour expliquer le transport en commun à Montréal est composé de deux équations de demande et de deux équations d'offre. La demande totale (nombre de passagers par mois) est désagrégée en deux parties, celle des adultes (D_A) et celle des écoliers (D_E), afin de respecter la différence de comportement de ces groupes. On a aussi retenu deux facteurs très importants de l'offre, les temps d'attente (TW) et de transport (TT), pour enregistrer l'impact de l'offre sur la demande.

Plus précisément, le modèle que nous considérons a la forme suivante:

$$\text{demande} \begin{cases} D_A = F_1(TW, TT, X_1) + u_1 & (1) \\ D_E = F_2(TW, TT, X_2) + u_2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{offre} \begin{cases} TW = F_3(D_{A_{-12}}, D_{E_{-12}}, X_3) + u_3 & (3) \\ TT = F_4(D_{A_{-12}}, D_{E_{-12}}, X_4) + u_4 & (4) \end{cases}$$

où X_1, X_2, X_3, X_4 représentent des ensembles distincts de variables exogènes pour chacune des équations.

1.1 La demande

La composition des équations de demande fut développée à partir de la théorie microéconomique pure: la demande d'un bien dépend de son prix, du prix des autres biens et du revenu du consommateur. Dans l'explication de la demande de transport en commun, nous représentons le prix de ce bien par le tarif et par les variables de niveaux de service TW et TT; nous faisons aussi intervenir les prix des autres biens représentés par les coûts et les niveaux de services des modes de transport concurrents et par l'indice des prix à la consommation des biens autres que le transport. Nous utilisons le salaire réel comme mesure du revenu des consommateurs.

Certaines variables de confort reliées à la température et au climat furent introduites car elles constituent dans certaines occasions un facteur important dans la décision de voyager et le choix du mode de transport. Notre liste de variables explicatives comprend aussi des variables qui représentent le niveau des activités économiques susceptibles de donner lieu à des demandes dérivées de transport ainsi qu'un certain nombre de variables auxiliaires qui permettent de tenir compte d'événements particuliers, ou de problèmes de mesure de la variable dépendante. Pour obtenir plus de détails sur la formulation, on consultera Gaudry (1975).

1.2 L'offre

L'hypothèse de base utilisée pour formuler les équations d'offre est que l'offre de la C.T.C.U.M. s'établit essentiellement en considération de la demande obtenue douze mois auparavant ($D_{A_{-12}}$ et $D_{E_{-12}}$). Cette demande espérée détermine le revenu espéré qui dépend également du tarif chargé, des subsides, des activités spéciales à survenir sur le territoire déservi et d'autres considérations spécifiques. Parmi les coûts qui influencent le niveau de service offert, nous avons retenu les salaires des chauffeurs en tenant compte de leurs conventions collectives, les frais fixes généraux ainsi que le déficit accumulé. Nous avons introduit aussi des variables climatiques qui influencent la performance du système et des variables auxiliaires pour tenir compte de problèmes de mesure des variables dépendantes.

La formulation des équations de demande est parvenu à un niveau satisfaisant, mais il demeure cependant quelque peu à faire en ce qui a trait à l'offre. En général, le modèle semble suffisamment développé pour permettre une première estimation par une méthode à information complète.

2. Autocorrélation sérielle des erreurs

Certaines raisons nous ont porté à penser qu'un problème d'autocorrélation subsistait dans ces équations: les variables dépendantes possèdent un mouvement saisonnier très fort

et l'offre des services à la C.T.C.U.M. est déterminée d'après la situation du marché douze mois auparavant. Nos données étant mensuelles, nous nous attendions à une autocorrélation du premier et du douzième ordre. Une étude qui fut faite sur les erreurs résiduelles de chaque équation par l'analyse des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle (cf. Box et Jenkins [1]) nous a conduit au choix de ces modèles autorégressifs:

$$u_{1t} = \rho_{1,1}\, u_{1t-1} + \rho_{1,12}\, u_{1t-12} + e_{1t} \tag{5}$$

$$u_{2t} = \rho_{2,1}\, u_{2t-1} + \rho_{2,3}\, u_{2t-3} + \rho_{2,4}\, u_{2t-4} + \rho_{2,12}\, u_{2t-12} + e_{2t} \tag{6}$$

$$u_{3t} = \rho_{3,1}\, u_{3t-1} + \rho_{3,2}\, u_{3t-2} + \rho_{3,7}\, u_{3t-7} + \rho_{3,12}\, u_{3t-12} + e_{3t} \tag{7}$$

$$u_{4t} = \rho_{4,1}\, u_{4t-1} + \rho_{4,3}\, u_{4t-3} + \rho_{4,7}\, u_{4t-7} + \rho_{4,12}\, u_{4t-12} + e_{4t} \tag{8}$$

où l'on considère qu'en valeur absolue les coefficients soient plus petits que l'unité, et que

$\forall_i$, i = 1, 2, 3, 4:

$$E(e_{it}) = 0 \tag{9}$$

$$E(e_{it}\, e_{it+s}) = \begin{cases} \sigma_i^2 & \text{si } s = 0 \\ 0 & \text{si } s \neq 0 \end{cases} \tag{10}$$

3. Corrélation contemporaine des erreurs

Aucune raison particulière ne peut nous inciter à formuler l'hypothèse que les erreurs e_1, e_2, e_3, e_4 soient indépendantes entre elles. Au contraire, il y a lieu de croire que des événements dont nous ne tenons pas compte influencent simultanément le comportement du consommateur et celui du producteur. Il est donc préférable de reposer notre estimation sur l'hypothèse d'une corrélation possible entre les erreurs.

4. Méthode d'estimation

L'établissement d'un estimateur convergent et asymptotiquement efficace pour un système d'équations simultanées en présence de variables endogènes décalées lorsqu'il y a autocorrélation des erreurs, est un sujet de recherche contemporain en économétrie. Un certain nombre de chercheurs ont présenté des méthodes de solution parmi lesquelles nous avons choisi celle de Fair car elle convenait pour un modèle aux dimensions aussi grandes que les nôtres et permettait une certaine liberté dans le choix de la structure des erreurs.

SECTION II

Le FIVER

La principale ingéniosité qui a permis d'aboutir à l'estimateur FIVER est celle d'avoir pu déterminer d'abord un ensemble de variables instrumentales pour assurer la convergence des estimations. Nous verrons plus loin les détails de cette méthode, mais pour l'instant, situons le problème dans son contexte général et procédons à quelques développements à partir des hypothèses de base.

1. Description du problème

Posons que le modèle à estimer est de la forme suivante:

$$Y\Gamma + XB = U \ , \qquad (11)$$

où

Y est une matrice n x p d'observations sur les variables endogènes,

X est une matrice n x q d'observations sur les variables prédéterminées,

U est une matrice n x p des termes d'erreurs,

Γ et B sont respectivement des matrices de coefficients p x p et q x p,

n est le nombre d'observations, et

p le nombre d'équations.

L'on peut distinguer dans X des variables endogènes décalées et des variables exogènes. Supposons également l'hypothèse très générale que U suit un processus autorégressif du $m^{ième}$ ordre:

$$U = U_{-1} R^{(1)} + \ldots + U_{-m} R^{(m)} + E, \qquad (12)$$

où

$R^{(k)}$, $k = 1, \ldots, m$, représente une matrice de coefficients p x p, et

E, une matrice n x p des termes d'erreurs.

Dans notre cas, compte tenu des équations (5), (6), (7) et (8), il est raisonnable de supposer que les matrices $R^{(k)}$ seront diagonales.

En se servant des équations (11) et (12), nous obtenons

$$Y\Gamma + XB = Y_{-1} \Gamma R^{(1)} + X_{-1} BR^{(1)} + \ldots + Y_{-m} \Gamma R^{(m)} + X_{-m} BR^{(m)} + E; \qquad (13)$$

cette expression est intéressante car elle permet de faire disparaître le terme U dont les propriétés sont complexes.

2. Variables instrumentales

En procédant d'une façon analogue à la méthode des doubles moindres-carrés ou des triples moindres-carrés, on

espère, dans une première étape, pouvoir obtenir un ensemble de variables instrumentales. Il faudra donc estimer la forme réduite du modèle.

Pour ce faire, on isole, à partir de (13), Y des autres variables:

$$Y = -XB\Gamma^{-1} + Y_{-1}\,\Gamma R^{(1)}\,\Gamma^{-1} + X_{-1}\,BR^{(1)}\,\Gamma^{-1} + \ldots$$

$$+ Y_{-m}\,\Gamma R^{(m)}\,\Gamma^{-1} + X_{-m}\,BR^{(m)}\,\Gamma^{-1} + E\Gamma^{-1}; \qquad (14)$$

on peut réécrire ainsi cette expression:

$$Y = Q\Pi + V, \qquad (15)$$

où

$$V = E\Gamma^{-1}\ ,\ Q = \left[X\ Y_{-1}\ X_{-1}\ \ldots\ Y_{-m}\ X_{-m}\right]\ ,$$

et Π est partitionné conformément à la composition de Q.

Si l'on désire obtenir pour Y des prévisions convergentes (variables instrumentales), il faudra que l'estimateur de Π soit convergent. Il est à remarquer que Π est une fonction des matrices $R^{(k)}$ et des matrices Γ et B ce qui implique que l'on doit, dans une première étape, obtenir des estimations convergentes de ces matrices.

Voici ce que Fair suggère pour obtenir des estimations initiales convergentes de B, Γ et des matrices $R^{(k)}$:

(a) traiter toutes les variables endogènes décalées comme endogènes et estimer chaque équation de (11) par la méthode des variables instrumentales sans tenir compte du problème de l'autocorrélation; nous aurons alors des estimations convergentes pour Γ et B si seulement des variables exogènes ou exogènes décalées ont servi comme variables instrumentales;

(b) utiliser ces estimations pour calculer des estimations convergentes des résidus U, U_{-1}, . . . , U_{-m} ;

(c) à partir de ces estimations convergentes des résidus, faire pour chaque équation la régression des erreurs non décalées sur les erreurs décalées appropriées; on obtient ainsi des estimations convergentes des matrices $R^{(k)}$.

Les estimations convergentes de Γ, B et des $R^{(k)}$ seront utilisées en (14) ou (15) pour donner alors des estimations convergentes pour Π et enfin pour Y.

3. Corrélation contemporaine

Ce qui distingue les méthodes d'estimation à information complète des méthodes à information partielle est leur utilisation de l'information comprise dans la matrice de variances-covariances des termes d'erreur (que nous désignons par Σ). Comme nous n'imposons aucune restriction particulière à cette matrice, on peut obtenir une estimation convergente, $\hat{\Sigma}$, en

procédant ainsi:

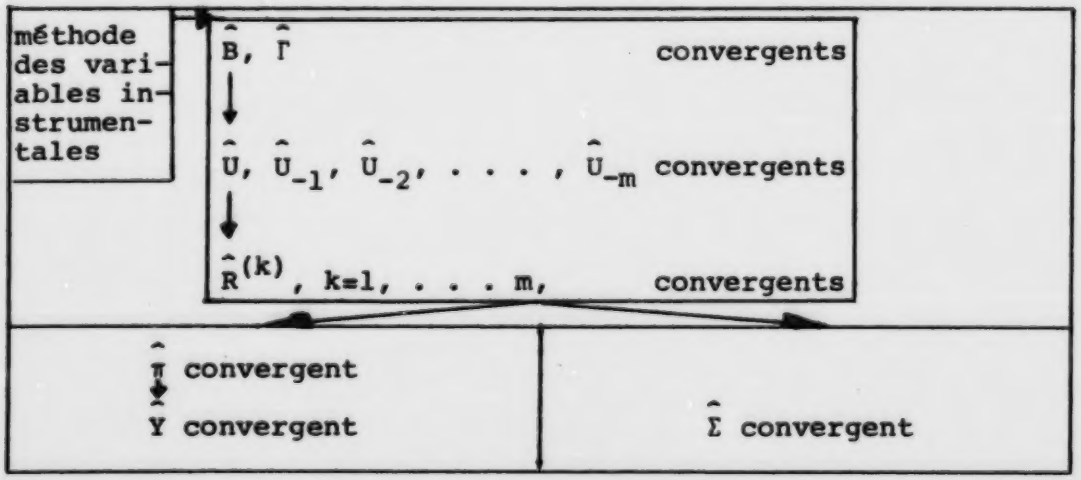
$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\hat{e}_i' \hat{e}_j}{(n-m-k_i)^{\frac{1}{2}} \, (n-m-k_j)^{\frac{1}{2}}} , \qquad (16)$$

où $\hat{\sigma}_{ij}$ est l'élément (i,j) de $\hat{\Sigma}$, et, $\hat{e}_i$ et $\hat{e}_j$ sont des vecteurs (n-m) x 1 pris respectivement des ième et jème colonnes de $\hat{E}$ calculé en (13) à l'aide des estimations convergentes de $R^{(k)}$, Γ et B; m est l'ordre du schème autorégressif et représente également le nombre d'observations perdues lors de la transformation des variables suivant ce même schème; k_i et k_j désignent le nombre de variables explicatives comprises respectivement dans les équations i et j du modèle réduit (15).

4. Calcul de l'estimateur FIVER

On trouvera au tableau 1 un résumé des procédures qui constituent l'étape initiale de la procédure FIVER.

TABLEAU 1. Etape initiale de la procédure FIVER



Il nous est maintenant loisible de développer les équations structurelles et de parvenir à une formulation qui permette l'estimation du système d'équations au moyen d'un estimateur généralisé de la méthode des variables instrumentales.

A partir de l'équation (11), on peut écrire chaque équation structurelle sous cette forme:

$$y_j = Z_j\delta_j + u_j \ , \ j = 1, 2, \ldots, p, \qquad (17)$$

où $Z_j = [Y_j X_j]$, $\delta_j = \begin{bmatrix}\gamma_j \\ \beta_j\end{bmatrix}$,

et y_j est la jième colonne de Y pour laquelle le coefficient structurel est normalisé à un,

Y_j est la matrice des observations des autres variables endogènes de l'équation j,

X_j est la matrice des observations sur les variables prédéterminées de l'équation j,

u_j est la jième colonne de U, et,

γ_j et β_j sont les vecteurs de coefficients qui correspondent respectivement à Y_j et X_j.

On peut désormais écrire ainsi l'ensemble des p équations:

$$y = Z\delta + u \qquad (18)$$

où

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_p \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & z_p \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ . \\ . \\ . \\ \delta_p \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_p \end{bmatrix}.$$

Nous n'avons jusqu'ici fait qu'exprimer sous une autre forme l'équation (11). Nous allons maintenant faire intervenir l'équation (12) qui porte sur la structure des résidus et arriver par manipulation algébrique des équations (11) et (12) à une expression dépourvue du terme u:

$$\left[y-(R^{(1)'} \otimes I)y_{-1} - \dots -(R^{(m)'} \otimes I)y_{-m}\right] =$$

$$\left[Z-(R^{(1)'} \otimes I)Z_{-1} - \dots -(R^{(m)'} \otimes I)Z_{-m}\right] \delta + e, \qquad (19)$$

où $e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ . \\ . \\ . \\ e_p \end{bmatrix}$ et e_j est la jième colonne de E,

alors que I est la matrice identité n x n.

En regroupant les termes entre crochets, l'on parvient à l'expression générale

$$y^* = Z^* \delta + e , \qquad (20)$$

où y^* et Z^* sont y et Z transformés sous la <u>véritable</u>

structure autorégressive des erreurs.

Afin de faciliter la représentation algébrique, définissons un nouvel ensemble de variables:
soient

$\hat{Z}$, la matrice obtenue de Z après le remplacement des variables endogènes courantes par leurs valeurs calculées dans l'équation (15);

$\bar{y}^*$ et $\bar{Z}^*$, respectivement les matrices y et Z transformées à partir des estimations convergentes des matrices $R^{(k)}$;

$\hat{\bar{Z}}^*$, la matrice obtenue de $\hat{Z}$ après l'avoir transformée suivant la structure autorégressive pour les estimations convergentes $\hat{R}^{(k)}$ des matrices $R^{(k)}$, i.e.
$\hat{\bar{Z}}^* = \hat{Z} - (\hat{R}^{(1)'} \otimes I)Z_{-1} - \ldots - (\hat{R}^{(m)'} \otimes I)Z_{-m}$;

$\hat{\Sigma}$, une estimation convergente de Σ.

La matrice de variances-covariances des erreurs est donc $(\hat{\Sigma} \otimes I)$ et l'on peut, par analogie avec l'estimateur de la méthode de variable instrumentale pour une équation, obtenir l'estimateur FIVER:

$$d = (\hat{\bar{Z}}^{*'} (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)\bar{Z}^*)^{-1} \hat{\bar{Z}}^{*'}(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)\bar{y}^*.$$

Ou encore, en posant $\bar{W} = (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)\hat{\bar{Z}}^*$,

$$d = (\bar{W}'\bar{Z}^*)^{-1} \bar{W}'\bar{y}^*. \qquad (21)$$

Fair a démontré que cet estimateur est convergent. Dans le cas où les matrices $R^{(k)}$ sont connues, l'estimateur

FIVER est asymptotiquement efficace.

5. Itérations sur le FIVER

L'estimateur FIVER n'est cependant pas asymptotiquement efficace lorsque les matrices $R^{(k)}$ sont inconnues et doivent être estimées. Dans ce cas, Fair [5, p. 446] suggère:

"Therefore, the FIVER estimator, based on iterating back and forth between estimates of δ and estimates of the $R^{(k)}$ matrices until convergence is reached, has the same asymptotic distribution as the full-information maximum likelihood estimator."

Cependant, une certaine ambigüité subsiste quant à l'itinéraire exact qu'il faut emprunter lors de ces itérations. La question qui se pose est: une fois δ et les matrices $R^{(k)}$ estimés, faut-il calculer à nouveau des prévisions convergentes pour Y à l'aide de l'équation (15) ou bien se contenter des premières valeurs obtenues? Nous avons choisi de refaire le calcul.

En effet, nous utilisons d, l'estimation du FIVER, pour construire de nouveau les estimations convergentes pour B et Γ à partir desquelles nous calculons une nouvelle estimation convergente de U par l'équation (11). Nous avons ensuite estimé les matrices $R^{(k)}$ en régressant, pour chaque équation i, u_i sur son modèle hypothétique. Dans le cas général où

les matrices $R^{(k)}$ sont estimées avec au moins une restriction, Fair suggérait plutôt d'utiliser ainsi la méthode de Zellner:

$$\hat{\mathfrak{R}} = (\hat{\mathfrak{U}}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\mathfrak{U}})^{-1} \hat{\mathfrak{U}}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{U}$$

où $\hat{\mathfrak{R}}$ est l'estimation convergente de $\mathfrak{R}$,

où $\mathfrak{R}' = (R^{(1)'} \quad . \; . \; . \quad R^{(m)'})$,

et $\hat{\mathfrak{U}}$ est l'estimation convergente de $\mathfrak{U}$,

où $\mathfrak{U} = (U_{-1} \quad . \; . \; . \quad U_{-m})$.

Nous n'avons donc pas fait intervenir $\hat{\Sigma}$ à cette étape: nous n'utilisons l'information qui y est contenue que lors du calcul de l'estimateur FIVER. Cette procédure facilite la programmation; elle assure certainement des estimations convergentes mais peut ralentir la convergence numérique. S'il y a perte d'efficacité, elle est probablement faible puisque l'information de $\hat{\Sigma}$ est quand même utilisée ailleurs dans le processus.

On peut itérer ainsi (de d à U à $\hat{\mathfrak{R}}$ à $\hat{Y}$) jusqu'à une valeur de tolérance fixée à l'avance pour le rapport

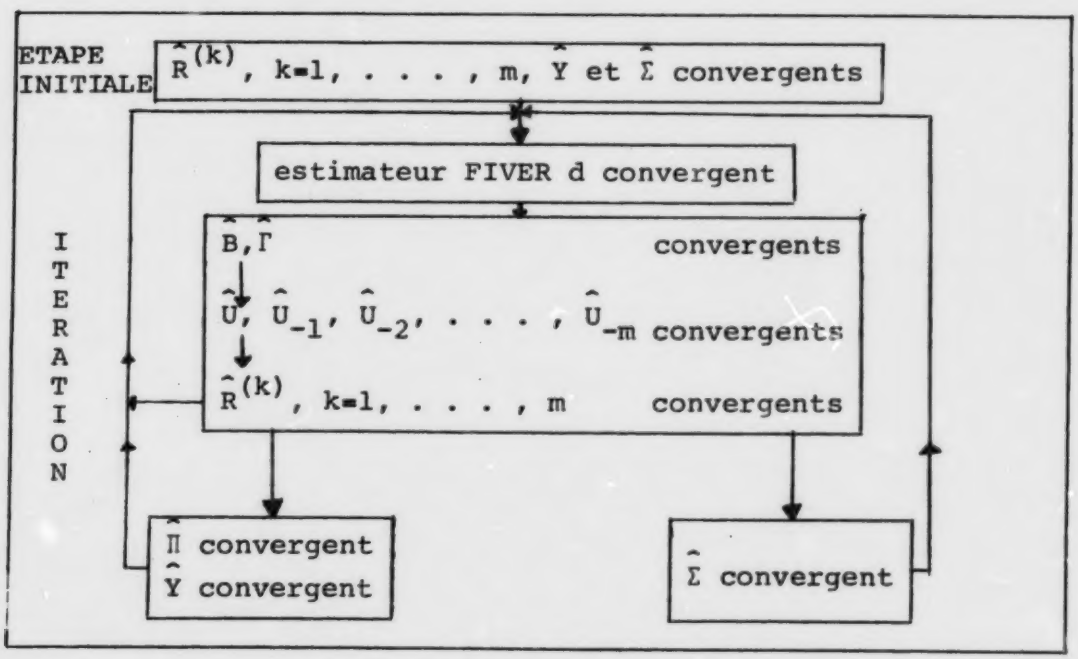
$$\frac{d_i^{(k+1)} - d_i^{(k)}}{\hat{\sigma}_{d_i^{(k+1)}}}$$

pour tous les coefficients d_i de d, où $d_i^{(k)}$ est obtenu à l'itération k. La matrice de variances-covariances asymptotique de d peut être estimée par $(\bar{W}'\bar{Z}^*)^{-1}$ d'où l'on tire

$\hat{\nabla} d_i$, une estimation de l'écart-type asymptotique de d_i.

Pour conclure, il n'est pas certain que ces itérations convergent numériquement; si cela se produit toutefois, nos estimations seront asymptotiquement efficaces. Le seul avantage que possède le FIVER par rapport à l'estimateur du maximum de vraisemblance FIML (full-information maximum likelihood) demeure cependant de pouvoir traiter de plus gros modèles; ceci est dû à la complexité accrue du calcul numérique du FIML pour des problèmes de dimensions élevées. On trouvera au tableau 2 un résumé des étapes de la procédure FIVER et de l'itinéraire adopté pour itérer.

TABLEAU 2. Etapes subséquentes du FIVER itéré



6. Option de Dhrymes

Au lieu de la formule (21), Dhrymes [5] a considéré un estimateur des triples moindres-carrés dont il a démontré l'efficacité asymptotique si l'on itère; il s'agit de

$$d = (\bar{W}'\hat{\bar{Z}}^*)^{-1}\ \bar{W}'\bar{y}^* \qquad (22)$$

qui est identique au FIVER asymptotiquement.

Nous avons placé cet estimateur en option dans notre programme FIVER afin de pouvoir observer la différence entre (21) et (22).

SECTION III

Analyse des résultats

1. Le programme FIVER

Monter le programme FIVER ne fut pas une mince tâche. Beaucoup de temps a été investi dans la construction et la vérification du programme. Le principal problème que l'on a rencontré au cours de sa construction en fut un d'espace-mémoire. En effet, nous désirions qu'il puisse admettre un système à 4 équations comprenant au total 120 coefficients pour un échantillon de 181 observations: il a fallu faire un usage fréquent du fichier temporaire sur disque.

Puisque personne n'avait encore tenté, à ce que l'on sache, de monter le FIVER, nous avons alors procédé à des vérifications du programme qui sont de trois espèces. D'abord nous avons comparé, autant que possible, les résultats de chaque étape de la méthode à ceux que l'on pouvait obtenir à l'aide du programme MASSAGER. Ensuite nous avons dû, particulièrement pour l'étape du calcul de l'estimateur FIVER, construire un petit exemple numérique dont les résultats furent aussi calculés à l'aide d'une calculatrice électronique. Finalement, en considérant un modèle réduit avec des données de 181 observations, nous avons comparé les résultats du FIVER obtenus par itérations à ceux de l'estimateur du maximum de vraisemblance FIML [3] en espérant que l'asymptoticité

puisse jouer suffisamment pour établir un rapprochement entre les estimations.

2. Utilisation de modèles réduits

Nous allons ici résumer les principales difficultés que nous avons rencontrées en désirant accomplir cette dernière comparaison.

Il s'agissait d'appliquer le FIVER sur un modèle qui puisse aussi être traité par un autre programme qui calcule l'estimateur du FIML (Full Information Maximum Likelihood). Or, le modèle du transport en commun, à cause de ses dimensions considérables (séries chronologiques de 169 observations, 4 équations, 103 coefficients à estimer), ne pouvait comme tel être estimé par le programme FIML de Chow et Fair [3]. Pour comparer les résultats du FIVER à ceux du FIML, il fallait donc opter pour un modèle plus petit, et, choisir un modèle qui soit identifié.

2.1 Modèle E

En réduisant le modèle du transport en commun pour ne conserver que les variables les plus importantes théoriquement, nous avons retenu le modèle suivant:

$$\text{XCANFA} = \beta_{10} + \beta_{11}\,\text{TW} + \beta_{12}\,\text{TT} + u_1 \quad ,$$

$$\text{XCSCNFA} = \beta_{20} + \beta_{21}\,\text{TW} + \beta_{22}\,\text{TT} + u_2 \quad ,$$

$$\text{TW} = \beta_{30} + \beta_{31}\,\text{XAT12} + \beta_{32}\,\text{XSCT12} + u_3 \quad ,$$

$$TT = \beta_{40} + \beta_{41}\ XAT12 + \beta_{42}\ XSCT12 + u_4\ ,$$

où XCANFA et XCSCNFA sont respectivement les totaux mensuels des passagers adultes et écoliers, XAT12 et XSCT12 étant ceux-ci décalés de douze périodes. Au départ, tel qu'indiqué par la technique, il faut choisir des variables instrumentales pour chaque variable endogène courante ou décalée explicative du modèle. Nous avons tiré celles-là de l'ensemble des variables exogènes du modèle général en choisissant celles qui avaient un coefficient de corrélation élevé avec les variables endogènes concernées. Nous avons alors choisi les variables du tableau suivant:

TABLEAU 3. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle E

Equation	Var. Endo.	Var. Inst.*
1	TW (temps d'attente)	FSCD
1	TT (temps de transport)	STRUCT1
2	TW (temps d'attente)	FAD
2	TT (temps de transport)	ZA
3	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	NC
3	XCST12 (demande-écoliers décalée 12 périodes)	RSCMP
4	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	NC
4	XSCT12 (demande-écoliers décalée 12 période)	RSCMP

* Les définitions de ces mnémoniques sont données en appendice.

En choisissant un processus autorégressif du deuxième ordre pour les résidus, et en itérant 75 fois sur FIVER, la solution alternait entre deux ensembles de coefficients. C'est en choisissant la moyenne entre ces points comme coefficients initiaux que nous avons atteint une convergence de la procédure. Nous avons ensuite voulu comparer ces résultats avec ceux du FIML. Malheureusement, bien que le manuel de l'utilisateur du programme FIML à notre disposition spécifiait la possibilité de supposer une autocorrélation du 2ième ordre, la solution ne semblait pas converger même après 300 itérations en considérant comme valeurs initiales des coefficients les résultats de FIVER.

Sur les conseils de M. Tran Cong Liem, assistant de recherche à l'université de Montréal, nous avons entrepris de normaliser les données afin d'éviter les problèmes numériques de précision rencontrés lors d'inversions de matrices. La technique d'estimation de FIML procède alternativement en cherchant les coefficients du modèle qui maximisent la fonction de vraisemblance puis en cherchant les coefficients ρ de la structure des erreurs qui le font, et répète ces deux étapes jusqu'à ce qu'un critère de convergence défini à l'avance soit atteint. Nous avons obtenu une convergence dans la première étape, mais le programme s'est arrêté par la suite lorsqu'il a dû inverser une matrice singulière.

Ne possédant aucune expérience précédente avec ce pro-

gramme, nous ne savions pas trop à quoi attribuer l'échec.

Par ailleurs, en considérant seulement le 1er ordre d'autocorrélation, le problème se renversa: la convergence fut obtenue avec FIML mais la technique du FIVER ne conduisit pas à la convergence. La présence de coefficients estimés des ρ plutôt près de 1 tout au long des itérations, est peut-être aussi l'explication numérique de cette absence de convergence.

Le problème rencontré avec FIML en employant le 2ième ordre d'autocorrélation pouvait (selon le manuel de l'utilisateur) dépendre d'un problème d'identification. Nous avons alors décidé d'augmenter le nombre de variables explicatives dans les équations pour nous assurer que le modèle était sûrement identifié.

2.2 Modèle I

Nous nous sommes finalement arrêtés à la formulation suivante:

$$\text{XCANFA} = \beta_{10} + \beta_{11}\ \text{TW} + \beta_{12}\ \text{TT} + \beta_{13}\ \text{EANFP} + \beta_{14}\ \text{RCUTP} + u_1 ,$$

$$\text{XCSCNFA} = \beta_{20} + \beta_{21}\ \text{TW} + \beta_{22}\ \text{TT} + \beta_{23}\ \text{SHONF} + \beta_{24}\ \text{RSCMP} + u_2 ,$$

$$\text{TW} = \beta_{30} + \beta_{31}\ \text{TT} + \beta_{32}\ \text{XL12C} + \beta_{33}\ \text{FT} + \beta_{34}\ \text{HWRD} + u_3 ,$$

$$TT = \beta_{40} + \beta_{41}\ XCANFA + \beta_{42}\ XCSCNFA + \beta_{43}\ STRUCT2 + \beta_{44}\ SFK + u_4 \quad .$$

Nous avons utilisé ZA et NC comme variables instrumentales initiales pour TT et XL12C dans l'équation 3 ainsi que RAWEM et RSCMP pour XCANFA et XCSCNFA dans l'équation 4; les autres variables instrumentales demeurant les mêmes que pour le modèle E.

Il fut encore impossible d'obtenir la convergence pour FIVER avec 1er ordre d'autocorrélation et pour FIML avec le 2e ordre d'autocorrélation. En ce qui concerne cette dernière technique, il était bien difficile d'interpréter, même à l'aide du manuel de l'utilisateur, le message d'erreur qui s'imprime lorsqu'on lui présente une équation autorégressive des erreurs du 2e ordre. Comme, par ailleurs, le FIVER n'assure pas une convergence en itérant, nous n'avons pu expliquer cette absence de convergence. Il se peut que le fait que certains coefficients ρ étaient près de 1 explique encore une fois ce problème de divergence.

En fin de compte, il fut proposé d'utiliser un modèle plus petit et nous avons opté pour le suivant:

2.3 Modèle P

$$XCANFA = \beta_{10} + \beta_{11}\ TW + \beta_{12}\ EANFP + \beta_{13}\ RCUTP + \beta_4\ TT + u_1 \ ,$$

$$TW = \beta_{20} + \beta_{21}\ XL12C + \beta_{22}\ HWRD + u_2 ,$$

où FSCD et NC servaient respectivement de variables instrumentales pour TW et XL12C à l'étape initiale. Ce petit modèle était intéressant car il contenait comme variables explicatives au moins une variable endogène courante et une variable endogène décalée. Il possédait donc toutes les caractéristiques particulières qui rendent utile une estimation par le FIVER si l'on ajoute le problème d'autocorrélation.

En considérant que le terme d'erreur pouvait être autocorrelé dans chacune des équations selon une structure autorégressive du 1er ordre, nous sommes parvenus à la convergence numérique en peu d'itérations de FIVER (équation P 1.1). Il fut également possible d'obtenir, à partir d'une solution de FIVER, les estimations de FIML (équation PF 1.1) qui pouvaient servir de base à une comparaison. Il devenait par la suite intéressant de reprendre l'estimation du FIVER à partir d'un deuxième ensemble de variables instrumentales: TREND pour TW, et EX7 pour XL12C (équation P 2.1). Aussi, au lieu d'utiliser la formule (21) décrite à la section II pour l'estimateur FIVER, nous avons tenté deux essais en lui substituant la formule (22) de Dhrymes [5] telle que l'a décrite Fair dans son article [6, p. 446]:

$$d = (\bar{W}'\hat{\bar{Z}}^*)^{-1}\ \bar{W}'\bar{y}^*$$

Des résultats furent obtenues pour le premier (équation

P 1.2) et le deuxième (équation P 2.2) ensemble de variables instrumentales. Les résultats de toutes ces équations sont présentés au tableau 4.

Les essais avec les estimateurs de Fair ou de Dhrymes ont donné ces résultats à la vingt-cinquième itération où ils étaient identiques à ceux de la vingt-quatrième itération avec au moins sept chiffres significatifs. Les coefficients ρ_1 et ρ_2 sont les coefficients respectifs des schèmes autorégressifs des résidus de la première et la deuxième équation; β_{11} est le coefficient de TW (variable endogène) et β_{21}, le coefficient de XL12C (variable endogène décalée).

Certaines conclusions importantes se découvrent à la simple observation de ces résultats. Disons tout d'abord que, quelque soit le choix de l'ensemble de variables instrumentales pour la première étape de la technique FIVER, les résultats obtenus sont absolument identiques (8 chiffres significatifs) et pour l'estimateur de Fair et pour l'estimateur de Dhrymes (les résultats de P 1.1 et P 2.1 sont identiques, ainsi que ceux de P 2.1 et P 2.2). De plus, nous ne croyons pas qu'il faille imputer au hasard la similarité de ces résultats avec ceux obtenus par la méthode du maximum de vraisemblance, la réponse est sans doute contenue dans ces lignes de Fair [6, p. 446]:

"For the case in which the $R^{(k)}$ matrices are unknown

TABLEAU 4. Comparaison de FIML, FIVER itéré et 3SLS itéré de Dhrymes, Coefficients et Ecarts-types estimés, modèle P

Coef. \ EQ.	FIML(1) PF 1.1	FIVER(2)		3SLS itéré(3)	
		P 1.1*	P 2.1**	P 1.2*	P 2.2**
β_{10}	$3.68\ 10^{7}$	$3.71\ 10^{7}$	$3.71\ 10^{7}$	$3.61\ 10^{7}$	$3.61\ 10^{7}$
	$(4.84\ 10^{6})$	$(4.92\ 10^{6})$	$(4.92\ 10^{6})$	$(4.80\ 10^{6})$	$(4.80\ 10^{6})$
β_{11}	$-2.00\ 10^{6}$	$-2.04\ 10^{6}$	$-2.04\ 10^{6}$	$-2.01\ 10^{6}$	$-2.01\ 10^{6}$
	$(5.09\ 10^{5})$	$(5.16\ 10^{5})$	$(5.16\ 10^{5})$	$(5.07\ 10^{5})$	$(5.07\ 10^{5})$
β_{12}	$2.70\ 10^{-3}$	$2.94\ 10^{-3}$	$2.94\ 10^{-3}$	$8.21\ 10^{-3}$	$8.21\ 10^{-3}$
	$(8.40\ 10^{-3})$	$(8.18\ 10^{-3})$	$(8.18\ 10^{-3})$	$(8.13\ 10^{-3})$	$(8.13\ 10^{-3})$
β_{13}	-8.80	-8.31	-8.31	-5.71	-5.71
	(11.1)	(11.0)	(11.0)	(11.1)	(11.1)
β_{14}	$-4.06\ 10^{5}$	$-4.14\ 10^{5}$	$-4.14\ 10^{5}$	$-4.09\ 10^{5}$	$-4.09\ 10^{5}$
	$(1.50\ 10^{5})$	$(1.50\ 10^{5})$	$(1.50\ 10^{5})$	$(1.48\ 10^{5})$	$(1.48\ 10^{5})$
β_{20}	2.64	2.66	2.66	2.67	2.67
	(.256)	(.258)	(.258)	(.259)	(.259)
β_{21}	$-1.72\ 10^{-8}$	$-1.72\ 10^{-8}$	$-1.72\ 10^{-8}$	$-1.76\ 10^{-8}$	$-1.76\ 10^{-8}$
	$(4.57\ 10^{-9})$	$(4.49\ 10^{-9})$	$(4.49\ 10^{-9})$	$(4.51\ 10^{-9})$	$(4.51\ 10^{-9})$
β_{22}	.685	.680	.680	.681	.681
	(.081)	(.082)	(.082)	(.082)	(.082)
ρ_1	.419	.403	.403	.395	.395
	(.067)	(.068)	(.068)	(.069)	(.069)
ρ_2	.880	.881	.881	.881	.881
	(.030)	(.030)	(.030)	(.030)	(.030)

(1) Full-Information Maximum Likelihood Estimation.
(2) Full-Information Instrumental Variables Estimator with Autoregressive Residuals.
(3) Estimateur obtenu en considérant la formule de Dhrymes dans la procédure du FIVER.
* 1er ensemble de variables instrumentales.
** 2ième ensemble de variables instrumentales.

and must be estimated, Dhrymes (1971) has shown for the three-stage least squares estimator that if one iterates back and forth between estimates of δ and estimates of the $R^{(k)}$ matrices and if convergence is reached, then asymptotically, the set of equations that is solved by this procedure is the same set of equations that the full-information maximum likelihood estimator satisfies. This conclusion also holds for the FIVER estimator, because asymptotically formula (10)* for the FIVER estimator is the same as Dhrymes' formula (30)* for the three-stage least squares estimator."

Pour les modèles P 1.1 et P 2.1 estimés par le FIVER itéré, les corrélations calculées entre les variables instrumentales générées par ce procédé (cf. équation (14)) et leur variable endogène respective sont présentées au tableau 5; on y trouve aussi les mêmes corrélations pour les modèles P 1.2 et P 2.2.

Pour le modèle P utilisé ici, la variable TW est la seule variable endogène courante explicative et donc la seule pour laquelle une variable instrumentale $\hat{TW}$ servira dans le calcul des formules (21) et (22). Notons que pour chacun des cas (eq. (21) et (22)) l'on atteindra des corrélations identiques à la fin des itérations indépendamment de l'ensemble de variables instrumentales utilisé au départ. Les observa-

* Les formules (10) et (30) sont respectivement numérotées (21) et (22) dans notre contexte.

TABLEAU 5. Corrélations entre les valeurs de $\hat{Y}$ obtenues pour diverses itérations et les valeurs brutes de Y

Itération	P 1.1		P 2.1		P 1.2		P 2.2	
	XCANFA	TW	XCANFA	TW	XCANFA	TW	XCANFA	TW
0	.4754	.8421	.0453	.1272	.4754	.8421	.0453	.1272
1	.5320	.9836	.4949	.9781	.5305	.9835	.5143	.9834
2	.5585	.9836	.5611	.9836	.5659	.9836	.5636	.9836
3	.5649	.9836	.5674	.9836	.5711	.9836	.5711	.9836
4	.5661	.9836	.5666	.9836	.5719	.9836	.5719	.9836
5	.5664	.9836	.5665	.9836	.5721	.9836	.5720	.9836
25	.5665	.9836	.5665	.9836	.5721	.9836	.5721	.9836

tions des variables instrumentales générées à la 25ième itération pour P 1.1 et P 2.1 sont identiques à 10 chiffres significatifs près; le même phénomène se produit en utilisant la formule de Dhrymes avec P 1.2 et P 2.2.

D'une façon générale, les corrélations ont tendance à s'accroître avec les itérations bien que cela ne soit pas une règle stricte. Dressons au tableau 6 les corrélations entre les variables instrumentales initiales et leur variable endogène.

TABLEAU 6. Corrélations entre les instruments et leurs variables endogènes respectives

Variables		TW	XL12C
1ier ensemble:	FSCD	.6015	
	NC		-.2448
2ième ensemble:	TREND	.9332	
	EX7		-.1772

On ne peut guère fonder une loi sur la relation entre la vitesse de convergence et les corrélations de ces variables instrumentales avec le seul exemple que nous possédons. Ceci pourrait cependant faire l'objet d'un projet future par une étude de Monte-Carlo.

Du point de vue du coût informatique, le FIVER fut beaucoup plus onéreux que FIML pour ce petit modèle. Cependant, celui-là permet de traiter des modèles plus vastes avec un échantillon plus grand et une structure d'erreur plus complexe.

3. Application au modèle de transport en commun

Il fut effectivement impossible d'estimer le modèle général de transport en commun à l'aide du programme FIML de Chow et Fair pour des raisons de dimensions. On comprendra pourquoi en voyant les deux équations du modèle de demande aux tableaux 9 et 10 et les deux équations d'offre au tableau 11. En utilisant 200_8 K mots-mémoires et un ensemble de fichiers temporaires, l'estimation put être réalisée grâce au programme FIVER (cf. appendice D).

3.1 Modèle G1

Un premier ensemble de variables instrumentales, présenté au tableau 7, fut retenu pour l'étape initiale (modèle G1).

TABLEAU 7. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle G1

Equation	Variables endogènes	Variables instrumentales	Corrélations
1	TW (temps d'attente)	SHMH	.6948
1	TT (temps de transport)	FIXCOST	-.8274
2	TW (temps d'attente)	FIXCOST	.8757
2	TT (temps de transport)	SHMH	-.9367
3	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	FAD	-.1612
3	XSCT12 (demande-écoliers décalée 12 périodes)	FSCD	-.2148
4	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	NC	-.2401
4	XSCT12 (demande-écoliers décalée 12 périodes)	RAWEM	.2308

Les corrélations présentées dans ce tableau sont calculées entre les variables endogènes explicatives courantes ou décalées et les variables instrumentales, la définition des variables étant fournie à l'appendice A.

Etant donné l'imposante quantité de résultats obtenus pour les 103 coefficients estimés après 30 itérations, nous avons disposé sur des graphiques ces estimations consécutives pour chacun des coefficients; les coefficients des variables endogènes ou ceux de variables d'un intérêt particulier du point de vue économique sont présentés dans ce rapport à

l'appendice B.

La première constatation qui nous vient à l'esprit à la vue de ces graphiques est que la procédure ne semble pas diverger mais que si elle converge pour ce modèle ce sera sans doute un processus très complexe étant donné la forte dimension du problème.

3.2 Modèle G2

Désirant étudier un peu les conséquences du choix de variables instrumentales, un deuxième ensemble fut essayé (modèle G2).

TABLEAU 8. Variables instrumentales de l'étape initiale du modèle G2

Equation	Variables endogènes	Variables instrumentales	Corrélations
1	TW (temps d'attente)	FSCD	.6015
1	TT (temps de transport)	STRUCT1	-.9360
2	TW (temps d'attente)	FAD	.8142
2	TT (temps de transport)	ZA	.7245
3	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	NC	-.2401
3	XSCT12 (demande-écoliers décalée 12 périodes)	RSCMP	.8319
4	XAT12 (demande-adultes décalée 12 périodes)	NC	-.2401
4	ZSCT12 (demande-écoliers décalée 12 périodes)	RSCMP	.8319

On trouvera au tableau 8 la liste des nouvelles variables instrumentales utilisées dans le modèle G2.

Il est possible de comparer à l'oeil les estimations obtenues pour certaines variables des modèles G1 et G2 en se référant aux graphiques de l'appendice B. La principale conclusion qui doit être tirée de cela, est que peu importe l'ensemble de variables instrumentales désigné pour initialiser le FIVER, il semble que la convergence numérique se fera aux mêmes points si convergence il y a.

Afin de pousser plus loin l'étude de la convergence, nous avons continué à itérer 30 fois avec le modèle G2 à partir de la moyenne des résultats des itérations 29 et 30. A partir de l'itération 61, nous avons toutefois considéré les coefficients calculés en faisant la moyenne sur deux itérations consécutives. Nous avons ainsi produit 150 itérations, étant limités par le coût plutôt élevé d'utilisation de l'ordinateur (environ $480. pour 30 itérations). L'appendice C présente sous forme de graphiques les 120 premières itérations des coefficients estimés de certaines variables; il est aisé d'y constater combien leur convergence fut améliorée en prenant la moyenne de deux estimations consécutives pour initialiser la procédure.

On trouvera aux tableaux 9 et 10 une comparaison des résultats obtenus pour les deux premières équations à la

150ième itération de FIVER avec ceux qui avaient déjà été calculés en itérant sur la méthode de Parks [10] ou de Cochrane et Orcutt [4] généralisées pour tenir compte d'ordres d'autocorrélation des erreurs plus élevés que le premier ordre.

Malheureusement, les équations d'offre, dont on trouvera les résultats de la 150ième itération au tableau 11, n'ont pas encore été estimées par les méthodes de Parks ou de Cochrane et Orcutt généralisées. Il est important de se rappeler que les équations du tableau 11 sont des formulations temporaires utilisées pour nous permettre de faire des calculs et ne constituent pas une version autorisée du modèle d'offre de transport en commun en cours de développement à l'Université de Montréal.

TABLEAU 9.

EQUATION 1: Equation de demande des adultes

EQ. 61-C

Mnémoniques	Coefficients estimés			Statistiques-t		
	C.-O.(1)	PARKS(2)	FIVER(3)	C.-O.	PARKS	FIVER
PRIX						
PAD	-19,522,639.	-19,843,508.	-19,209,380.	- 4.87	- 4.94	- 4.94
MC	-6.52	-6.40	13.42	- 0.91	- 0.89	1.49
P	305.7	901.6	55,785.	0.01	0.02	0.96
REVENU						
RAWEN	54,129.	52,318.	194,968.	1.41	1.37	3.16
TEMPS						
TW	-1,863,124.	-1,878,381.	-701,904.	- 3.74	- 3.77	- 1.25
TT	-308,329.	-308,618.	-407,325.	-10.46	-10.45	-13.82
T2T	388,180.	403,067.	-1,445,146.	0.96	1.00	- 2.32
CONFORT						
TLK	-169.	-185.	-626.	- 0.24	- 0.27	- 0.74
RFK	-218,556.	-216,376.	-293,202.	- 2.73	- 2.73	- 3.64
SFK	-5,120.	-5,494.	24,657.	- 0.34	- 0.36	1.58
CSFMR	7,706.	7,796.	1,462.	3.04	3.07	0.52
ACTIVITÉ						
EANFP	0.023	0.023	.016	5.65	5.66	2.66
RCUTP	8.469	8.953	2.681	1.46	1.55	0.37
SHONP	4.859	4.816	3.564	3.89	3.86	2.08
EX7	2.610	2.612	2.689	24.94	24.94	27.73
EX8	2.438	2.434	2.027	6.07	6.06	5.39
EX9	1.746	1.744	1.325	3.04	3.04	2.26
EX0	1.058	1.037	0.334	1.47	1.44	0.43
EX1	0.780	0.685	0.216	0.88	0.86	0.25
STR	-717,296.	-717,294.	-726,027.	-46.58	-46.53	-51.76
FIR	-67,369.	-67,539.	-44,442.	- 2.97	- 2.98	- 1.82
AGGRÉGATION OU COMPTABILITÉ						
ANT	-1,036,411.	-1,038,959.	-922,767.	- 2.66	- 2.66	- 2.85
ANTL1	352,079.	362,743.	1,035,927.	0.88	0.91	3.10
ZA	5,584,654	5,512,823.	4,855,694.	2.19	2.15	2.27
WD	609,076.	610,020.	540,167.	9.67	9.73	5.05
SAT	456,069.	457,844.	307,637.	5.15	5.18	2.38
SHD	331,534	332,937.	260,259.	4.64	4.68	2.25
CONSTANTE	10,787,031.	10,761,722.	-21,674,320.	2.02	2.01	- 1.35
COEFFICIENTS AUTORÉGRESSIFS						
ρ_1	.285	.285	.211	5.05	5.05	4.52
ρ_{12}	.504	.501	.765	10.98	10.95	16.84

(1) Technique itérative de Cochrane et Orcutt
(2) 'Seemingly Unrelated with Autoregressive Residuals' de Parks
(3) 'Full Information Instrumental Variable Estimator with Autoregressive Residuals' de Fair

TABLEAU 10.

EQUATION 2: Equation de demande des écoliers

EQ. 118-N

Mnémoniques	Coefficients estimés			Statistiques-t		
	C.-O.(1)	PARKS(2)	FIVER(3)	C.-O.	PARKS	FIVER
PRIX						
PSCD	-22,026,935.	-22,640,440.	-29,692,660.	- 3.54	- 3.64	- 3.20
WC	-10.12	-10.49	-19.55	- 1.93	- 2.01	- 2.80
P	7,426.	11,066.	23,978.	0.23	0.34	0.53
REVENU						
RAMEN	19,930.	30,991.	51,028.	1.01	1.07	2.02
TEMPS						
TW	-196,880.	-160,303.	-136,454.	- 0.90	- 0.75	- 0.31
TT	-17,541.	-13,136.	.120,642.	- 0.54	- 0.40	2.16
T2T	179,379.	135,197.	195,497.	0.63	0.48	0.49
CONFORT						
TLK	1,054.	1,069.	448.	3.10	3.16	1.10
RFK	-49,362.	-48,604.	-46,826.	- 1.16	- 1.14	- 0.90
SFK	-16,965.	-17,195.	-30,809.	- 2.09	- 2.12	- 3.08
CSFMR	1,326.	1,348.	3,095.	1.02	1.04	1.95
ACTIVITÉ						
RSCMP	3.224	3.301	3.53	7.82	7.99	7.38
SHOMP	1.479	1.526	1.77	2.63	2.72	2.88
EX7	0.201	0.197	.182	4.66	4.62	2.97
EX8	0.252	0.246	.266	1.60	1.57	1.49
STR	-117,898.	-118,118.		-13.07	-13.08	-12.32
AGGRÉGATION OU COMPTABILITÉ						
ANT	1,260,131.	1,261,991.	1,158,783.	5.83	5.83	5.44
ANTL1	-427,182.	-408,461.	-501,229.	- 1.80	- 1.72	- 1.96
SSC	2,442,870.	2,489,937.	3,672,271.	3.54	3.64	4.19
WD	98,139.	99,976.	155,592.	2.84	2.88	3.90
SAT	38,234.	37,808.	75,182.	0.82	0.81	1.30
SHD	30,352.	31,273.	88,786.	0.81	0.83	2.03
CHEAT2	-70,441.	-66,863.	-58,350.	- 0.47	- 0.45	- 0.34
STRUCT1	-286,556.	-232,289.	589,761.	- 0.99	- 0.80	1.39
CARDEX	-121,428.	-112,064.	-101,047.	- 0.76	- 0.70	- 0.55
TEND	19,552.	18,738.	22,953.	2.70	2.61	2.54
CONSTANTE	-13,694,438.	-16,362,216.	-8,511,879.	- 0.52	- 0.62	- 2.37
COEFFICIENTS AUTOREGRESSIFS						
ρ_1	.173	.166	.227	2.58	2.46	3.24
ρ_3	-.317	-.319	-.076	- 4.90	- 4.88	- 1.05
ρ_4	-.058	-.068	-.114	- 0.83	- 0.97	- 1.56
ρ_{12}	.421	.416	.414	6.77	6.50	6.03

(1) Technique itérative de Cochrane et Orcutt
(2) 'Seemingly Unrelated with Autoregressive Residuals' de Parks
(3) 'Full Information Instrumental Variable Estimator with Autoregressive Residuals' de Fair

TABLEAU 11.

Equations d'offre estimées par FIVER

Mnémoniques	TW (équation 3)		TT (équation 4)	
	Coefficient estimé	Statistique t	Coefficient estimé	Statistique t
DEMANDE ANTERIEURE				
XAT12	$1.31\ 10^{-8}$	(2.63)	$2.61\ 10^{-8}$	(0.71)
XSCT12	$-1.03\ 10^{-7}$	(-8.18)	$4.92\ 10^{-8}$	(0.56)
REVENU				
FT	1.05	(0.98)	22.5	(2.85)
FIREOR	.14	(1.77)		
COUT				
STR	$8.04\ 10^{-3}$	(2.90)	$-1.23\ 10^{-2}$	(-0.61)
FIR	$-8.79\ 10^{-3}$	(-2.39)	$2.74\ 10^{-2}$	(0.96)
CLAG	$1.92\ 10^{-2}$	(0.21)		
IIL12CC	$-6.31\ 10^{-7}$	(-1.97)	$6.91\ 10^{-7}$	(0.31)
SHTBH	-1.40	(-1.32)	9.82	(1.32)
SHTRH	-8.05	(-0.81)	0.91	(0.01)
SHBH	.57	(1.00)	-11.9	(-2.88)
HWRD	.41	(3.34)	0.47	(0.55)
FIXCOST	.61	(1.53)	-10.5	(-5.99)
CONFORT				
RFK	$2.31\ 10^{-2}$	(1.59)	-.173	(-1.62)
TLK	$-5.51\ 10^{-5}$	(-0.61)	$-5.94\ 10^{-4}$	(-.87)
SFK	$-5.09\ 10^{-4}$	(-0.20)	$3.71\ 10^{-2}$	(1.97)
CSFMR	$7.46\ 10^{-4}$	(1.97)	$-2.43\ 10^{-3}$	(-.85)
ACTIVITE				
EX7	$-9.97\ 10^{-8}$	(-3.66)	$7.66\ 10^{-7}$	(3.83)
EX8	$-8.40\ 10^{-8}$	(-0.72)	$1.46\ 10^{-7}$	(0.16)
EX9	$3.57\ 10^{-8}$	(0.42)	$-5.26\ 10^{-7}$	(-.81)
AGGREGATION				
WD	$6.05\ 10^{-3}$	(0.82)	-.118	(-2.30)
SAT	$6.39\ 10^{-2}$	(5.20)	$-9.02\ 10^{-2}$	(-1.01)
SHD	$3.30\ 10^{-2}$	(4.10)	-.111	(-1.87)
TREND	$-7.45\ 10^{-3}$	(-1.09)	$6.91\ 10^{-2}$	(2.92)
CONSTANTE	2.41	(5.10)	29.0	(13.64)
ρ_1	.67	(8.64)	.81	(10.02)
ρ_2	.23	(2.88)	.10	(1.19)
ρ_7	-.04	(-0.81)	-.11	(-2.57)
ρ_{12}	.06	(1.52)	.02	(1.49)

Pour la demande, les résultats obtenus avec FIVER sont d'un ordre de grandeur comparable à ceux que l'on avait eu avec les techniques de Cochrane-Orcutt ou de Parks. Certains coefficients ont cependant changé de signe. Etant donné une spécification plutôt primaire des équations d'offre, on est en droit de s'attendre à de meilleurs résultats lorsqu'elles seront parvenues à un stade plus avancé et on peut souhaiter que l'impact de celles-là sur les équations de demande se réalise dans la direction des concepts a priori.

Les résultats obtenus en itérant soit sur la technique de Parks soit celle de Cochrane et Orcutt semblent être meilleurs du point de vue économique. La technique du FIVER, en plus de traiter le problème de l'autocorrélation, élimine aussi celui de la simultanéité. Mais Johnston [9], dans son résumé sur les études de Monte-Carlo, ne favorise pas l'utilisation de méthodes dites à information complète lorsque de sérieux doutes persistent quant à la formulation de certaines équations, à cause de l'effet néfaste qui se répercute alors sur les autres équations du modèle. C'est pourquoi il faut comprendre que les résultats plus haut ne sont présentés qu'à titre d'exemple en attendant qu'une formulation plus complète soit étudiée pour les équations d'offre.

L'estimation de ces coefficients nous fournit un outil bien précieux pour le processus de décision de cette entreprise, car elle nous permet alors d'évaluer les élasticités

moyennes de la demande par rapport à certaines variables dont le tarif, le temps d'attente et le temps de transport. Ces élasticités sont présentées au tableau 12.

TABLEAU 12. Elasticités de la demande par rapport aux principales caractéristiques du transport en commun

	Cochrane-Orcutt	FIVER, INSTRUM.1	FIVER, INSTRUM.2	
		30 itérations	30 itér.	150 itér.
ADULTES				
Tarif	.16	.18	.16	.16
Temps d'attente	.36	.16	.15	.14
Temps de transport	.32	.43	.42	.42
ECOLIERS				
Tarif	.43	.60	.63	.58
Temps d'attente	.25	.22	-.24	.17
Temps de transport	.12	-2.13	-1.14	-.83

En comparant les résultats obtenus à la 150ième itération de FIVER au moyen du deuxième ensemble d'instruments initiaux à ceux donnés par la méthode de Cochrane et Orcutt, on peut analyser l'impact rétroactif de l'offre sur la demande (et vice versa) créé par l'estimation simultanée.

Il semble de prime abord que ceci fut plutôt néfaste à l'équation de demande des écoliers où l'élasticité par rapport au temps de transport devient négatif. Le rapport des élas-

ticités au temps d'attente et au temps de transport fut fortement modifié dans l'équation de demande des adultes et accorde un peu trop d'importance au temps de transport. En somme, ces résultats suggèrent que les équations d'offre ont peut-être biaisé certains coefficient de la demande à cause d'une spécification non suffisamment élaborée de l'offre.

CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce rapport les premiers essais empiriques de l'estimateur FIVER formulé par Fair pour régler les problèmes d'autocorrélation et de simultanéité dans un modèle. Les hypothèses formulées par cet estimateur se rapprochent assez de ceux requis par le modèle général du transport en commun à Montréal dont les travaux se poursuivent au Centre de Recherches sur les Transports. Nous avons donc voulu le programmer en Fortran pour le Cyber 7400 de l'Université de Montréal, faire quelques vérifications pour s'assurer de sa bonne marche et le comparer à d'autres estimateurs pour ensuite exécuter de premiers essais.

Sans toutefois avoir réalisé des expériences de Monte-Carlo, il nous apparaît que l'ensemble de variables instrumentales désigné pour initialiser la technique itérative n'ait aucun effet sur les valeurs de convergence et n'affecte tout au plus que le chemin de convergence. Il reste encore à éclaircir quelques problèmes que nous avons connus avec certains modèles et à améliorer les équations d'offre afin que leur estimation par cette technique n'entraîne pas de fausses informations pour l'estimation des équations de demande par l'intermédiaire de la matrice de variance-covariance estimée des termes résiduels.

Avec le progrès croissant de l'efficacité des ordinateurs, on peut prédire que cette technique connaîtra des

applications plus fréquentes dans un proche avenir. D'ailleurs, Zarembka [12, p. 241] suggère fortement dans son livre Frontiers in Econometrics que des recherches ultérieures soient orientées dans le but de comparer le FIVER avec d'autres estimateurs à variables instrumentales tels les doubles et triples moindres-carrés.

APPENDICE A

DEFINITIONS DES VARIABLES

Définitions des variables

ANT	anticipatory sales
ANTL1	anticipating sales lagged one
CARDEX	expiration of student's cards during summer
CHEAT2	cheating by students
CLAG	new way of counting drivers' time
CSFMR	cumulated snowfall Montreal (Dorval)
EANFP	employment index in territory served by MUCTC
EXO	Expo '70
EX1	Expo '71
EX7	Expo '67
EX8	Expo '68
EX9	Expo '69
FAD	adult fare deflated
FADL1	adult fare deflated lagged one
FIR	fire metro 1971
FIREOR	reserve funds prior to the Transit Commission's integration to the Montreal Urban Community
FIXCOST	general fixed costs changes
FSCD	schoolchildren fare deflated
FSCDL1	schoolchildren fare deflated lagged one
FT	passengers fare weighted by average number of passengers
HL12C	vehicle hours lagged twelve periods and corrected to account for the impact of Expo '67 in '68 and Expo '68 in '69
HL12CC	suppliers' perception of HL12C given that the collective agreement of June-July 1965 lowered for

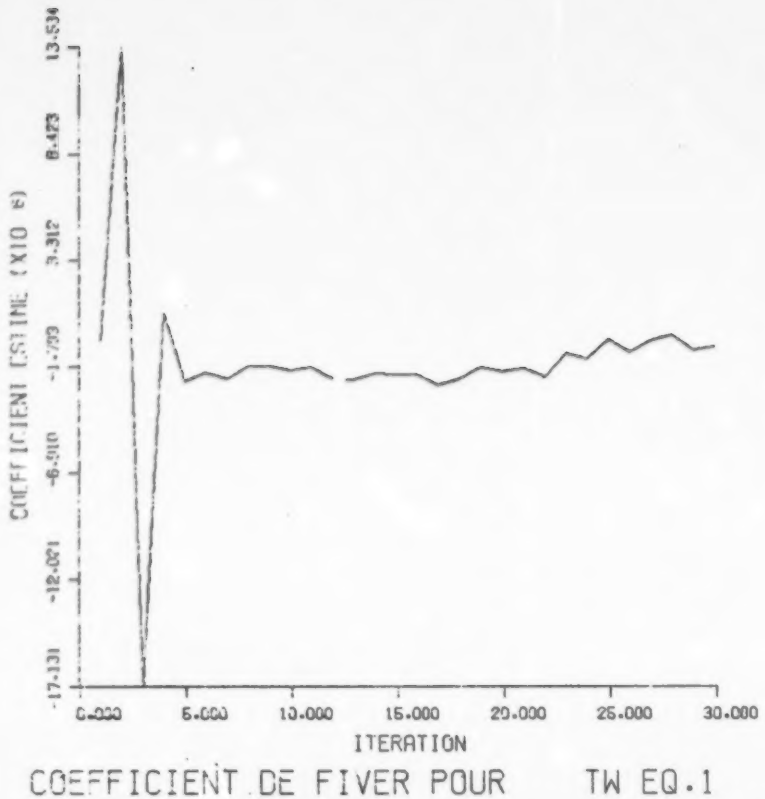
	a period the expected computed hours by 3%
HWRD	Drivers' hourly wage rate
NC	number of cars in territory served by MUCTC
P	consumer price index Montreal Metropolitan Area
RAWEM	real average weekly earnings Montreal Metropolitan Area
RCUTP	college and university presence index in territory served by MUCTC
RFK	rainfall per day Montreal (Dorval)
RSCMP	primary and secondary school presence index in territory served by MUCTC
SAT	Saturdays per month
SFK	snowfall per day Montreal (Dorval)
SHD	Sundays and holidays per month
SHMH	share of metro hours
SHONF	retail sales index in area served by MUCTC
SHTBH	share of trolleybus hours
SHTRH	share of tramways hours
STR	MUCTC strikes
STRUCT1	change in the structure of bus lines
TEND	tendency
TLK	temperature loss in Montreal (Dorval)
TREND	dummy variable, trend (i)=i, for i=1, . . . , 181
TT	time required for representative trip by MUCTC network in area served
TW	waiting time for MUCTC vehicles
TWL1	waiting time for MUCTC vehicles lagged one
T2T	time required for representative trips by car in

	area served by MUCTC
WD	workdays per month
XAT12	adult trips per month lagged 12 periods
XCANFA	adult trips per month in MUCTC network
XCSCNFA	schoolchildren trips per month in MUCTC network
XL12C	total trips per month lagged 12 periods
XSCT12	schoolchildren trips per month lagged 12 periods
ZA	outside zones double-counting for adult
ZSC	outside zones double-counting for schoolchildren

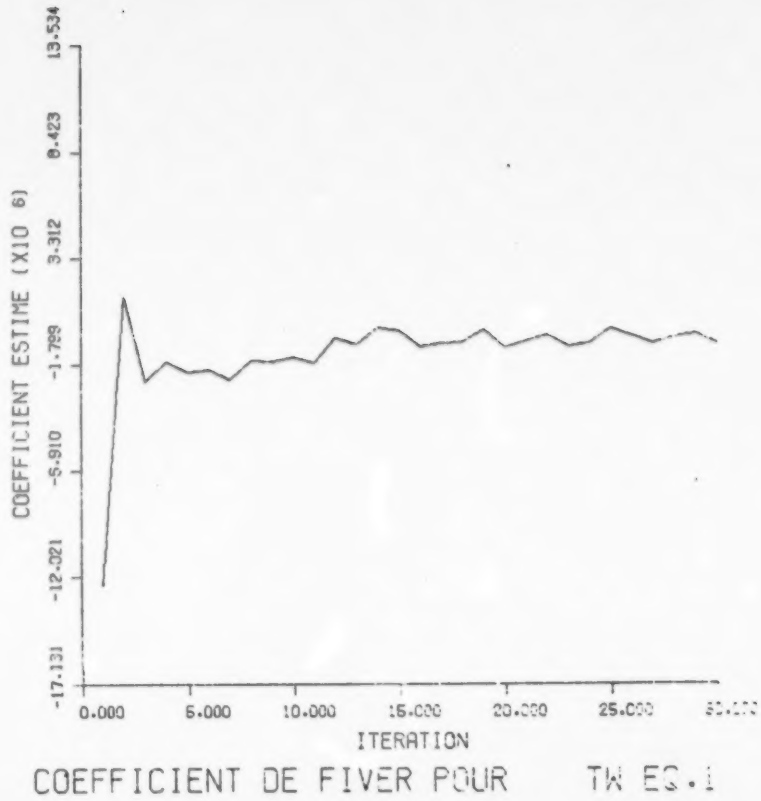
APPENDICE B

GRAPHIQUES POUR LES MODELES G1 ET G2

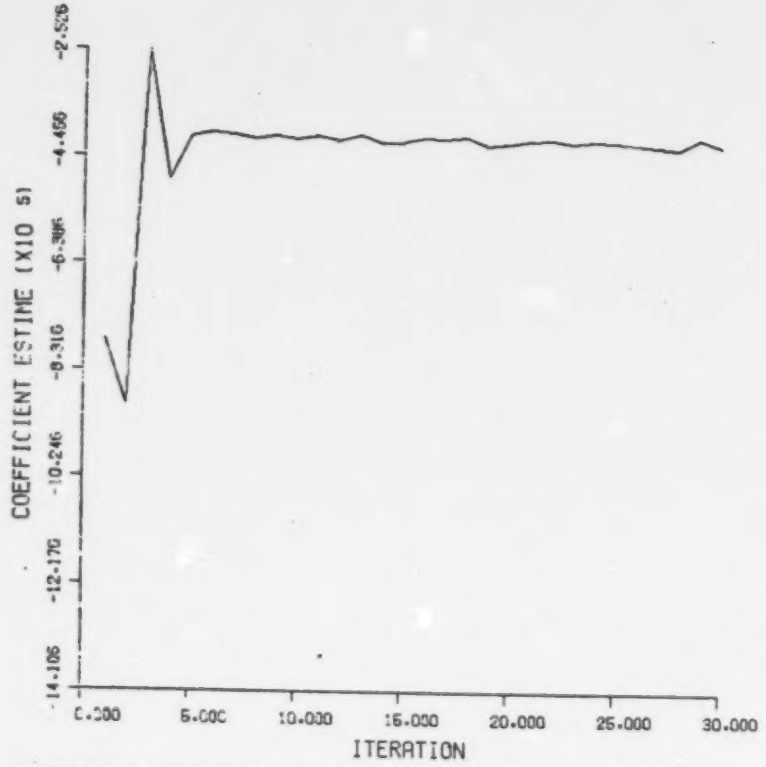
30 premières itérations



MODELE G1

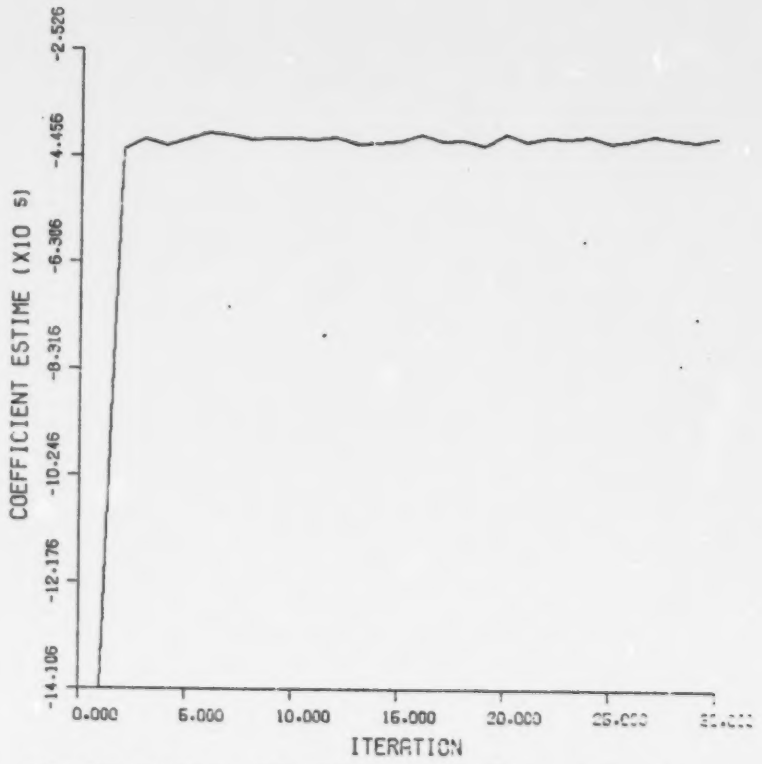


MODELE G2



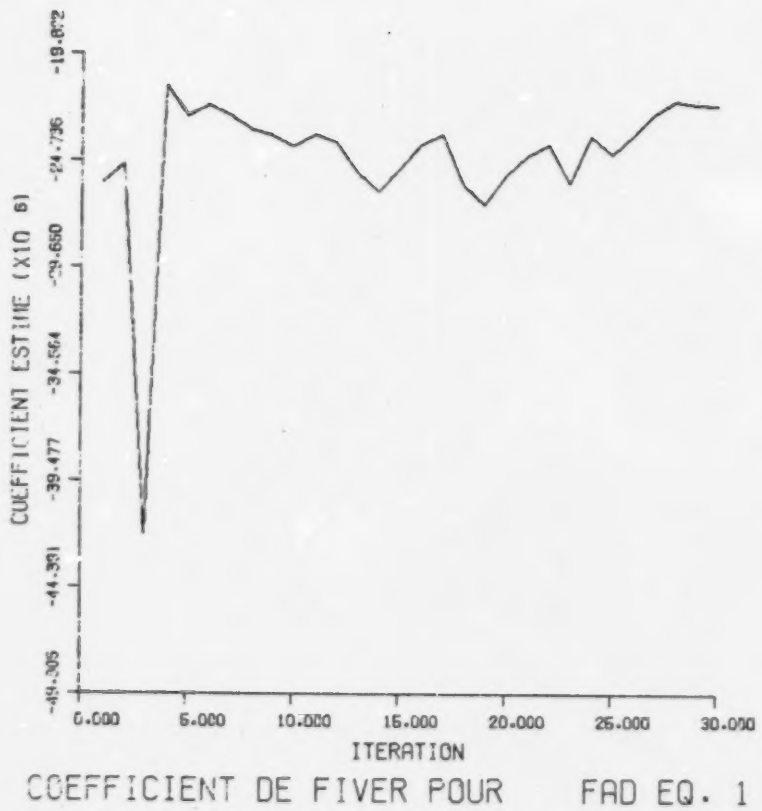
COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 1

MODELE G1

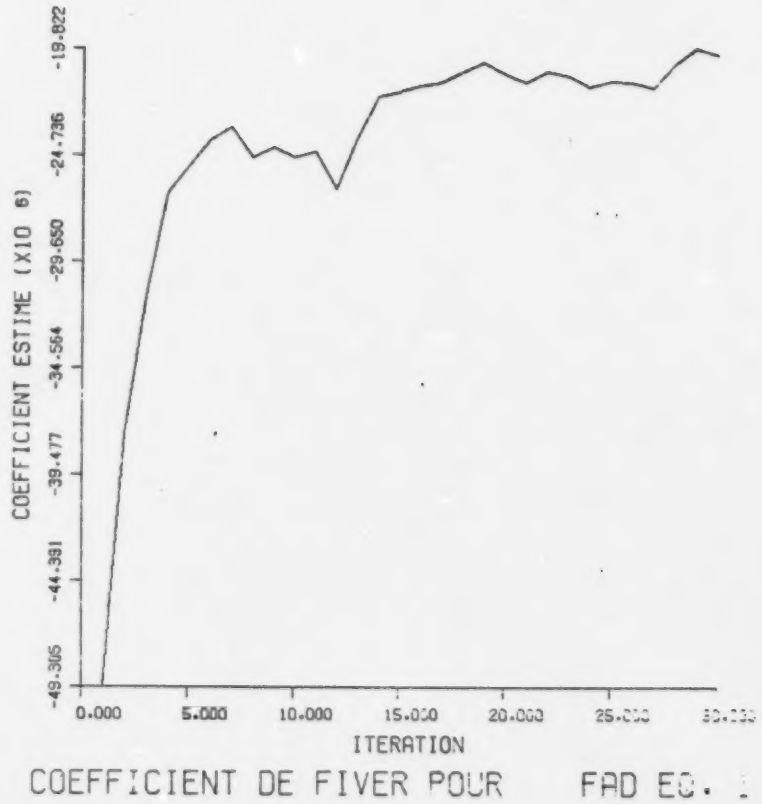


COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 1

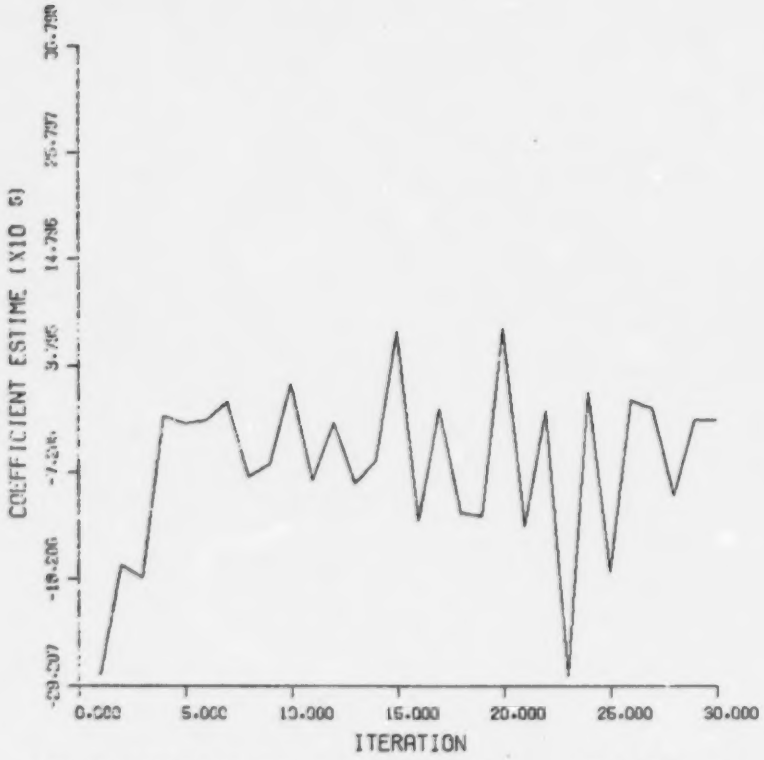
MODELE G2



MODELE G1

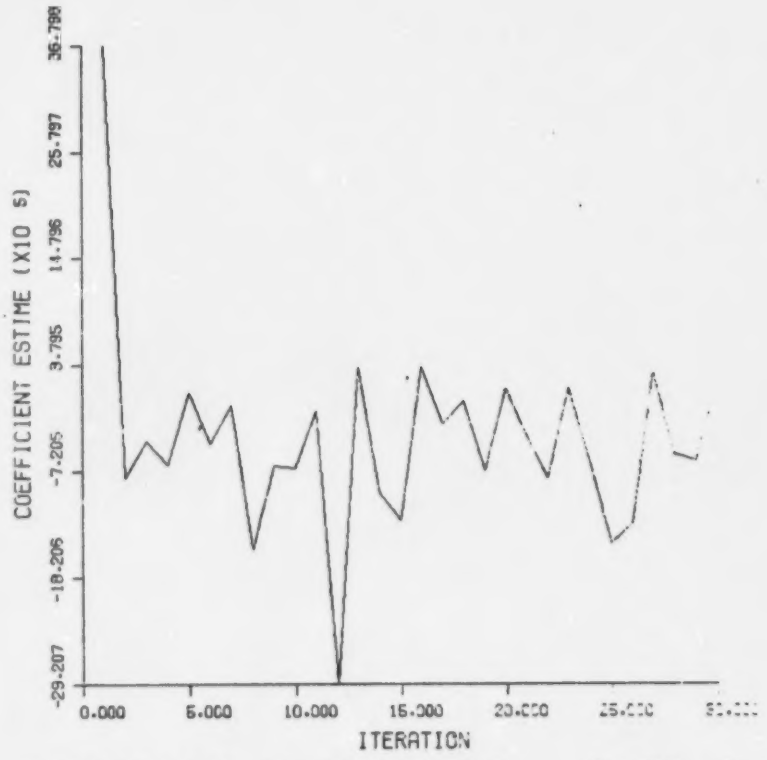


MODELE G2



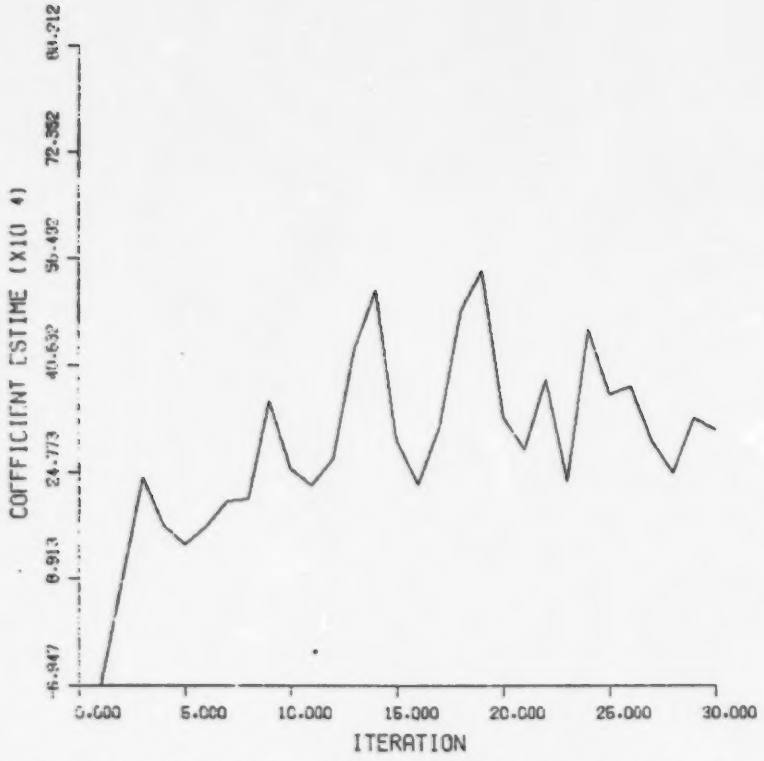
COEFFICIENT DE FIVER POUR TW EQ. 2

MODELE G1



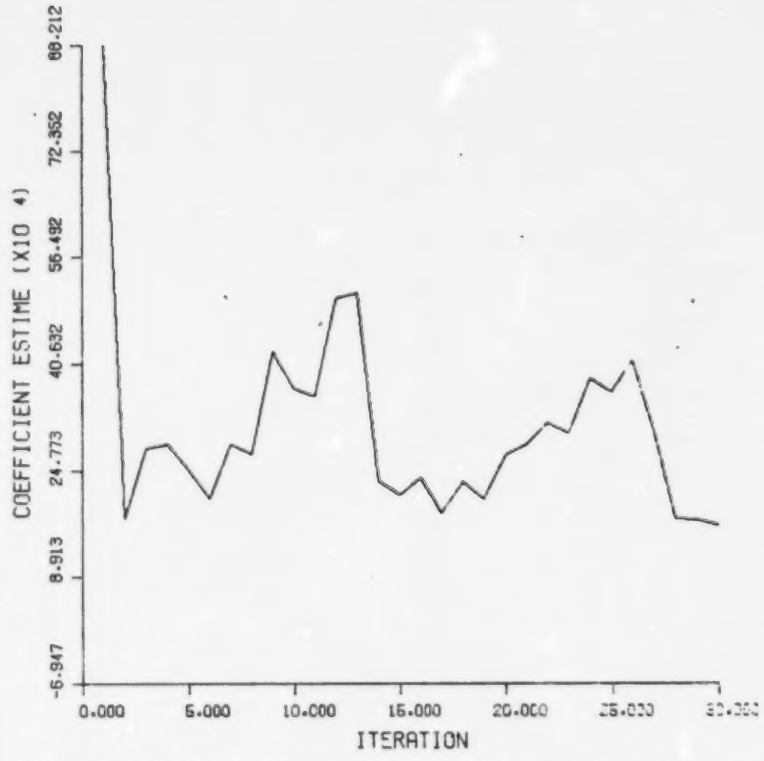
COEFFICIENT DE FIVER POUR TW EQ. 1

MODELE G2



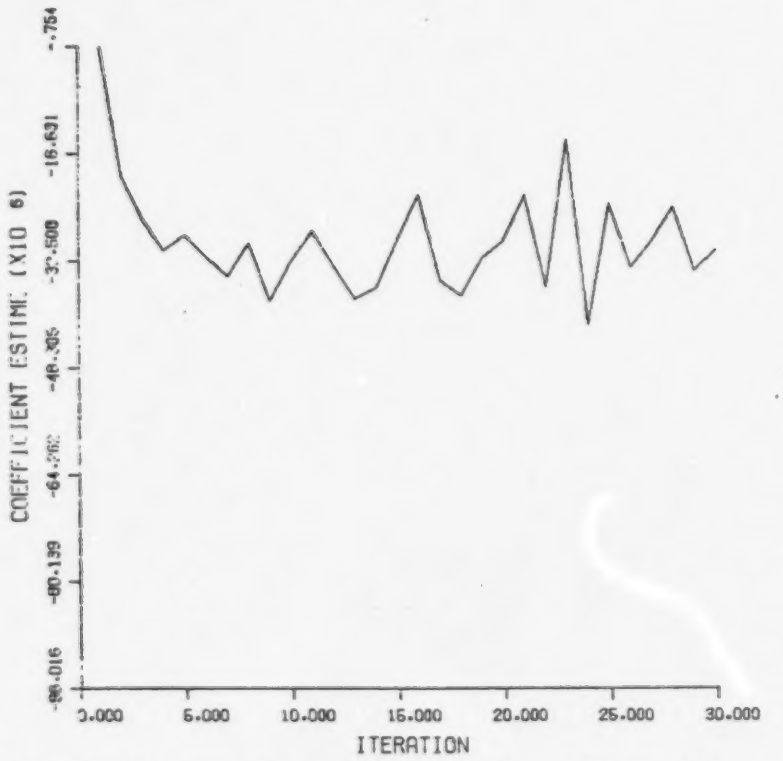
COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 2

MODELE G1



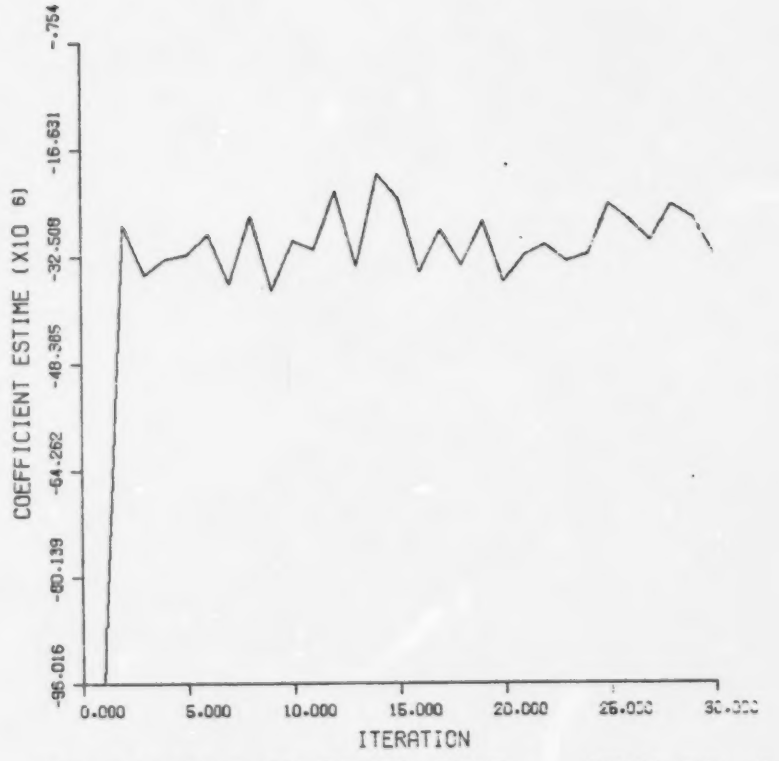
COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 2

MODELE G2



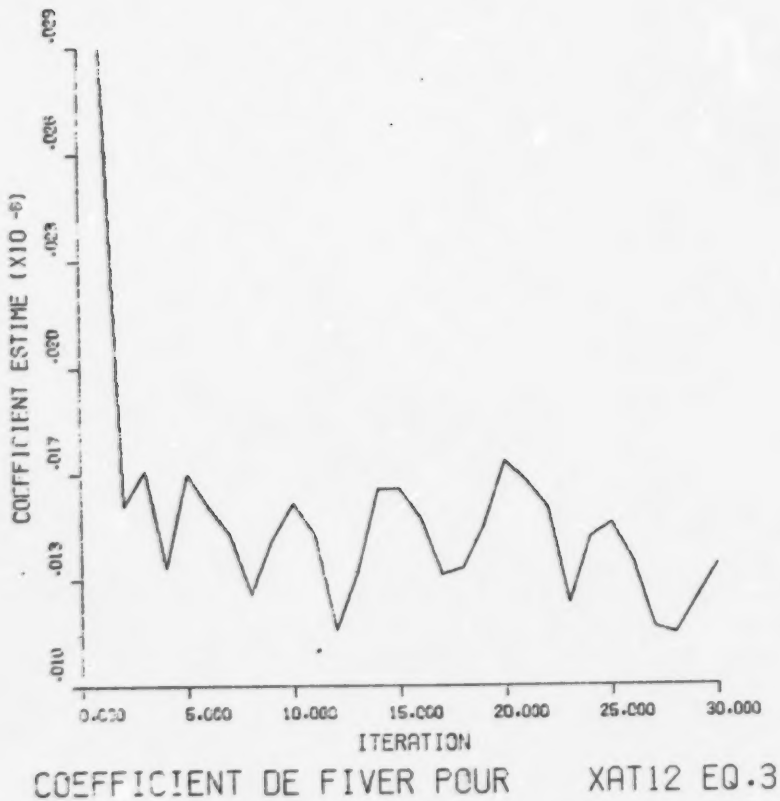
COEFFICIENT DE FIVER POUR FSCD EQ. 2

MODELE G1

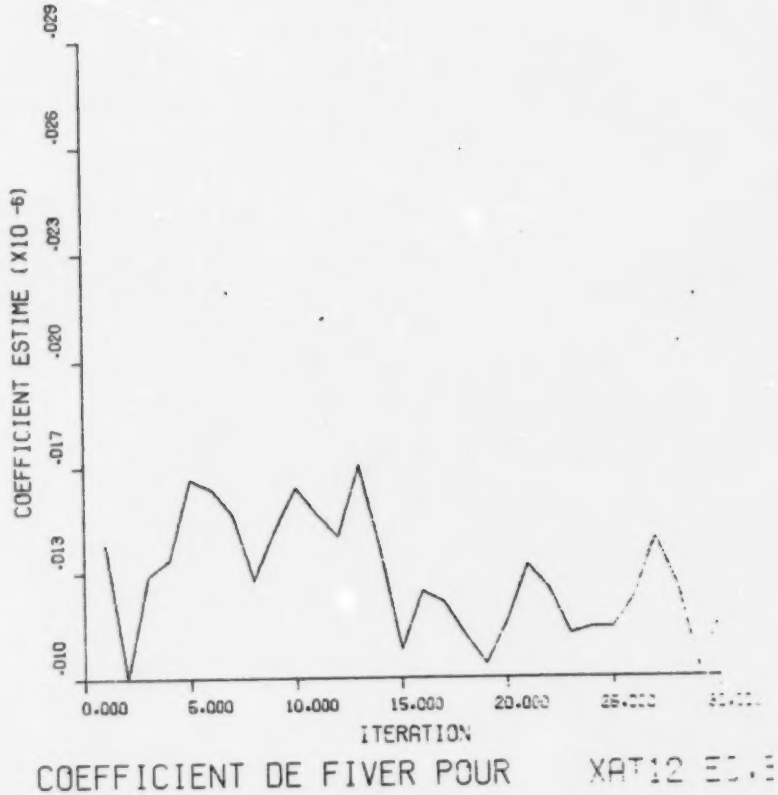


COEFFICIENT DE FIVER POUR FSCD EQ. 2

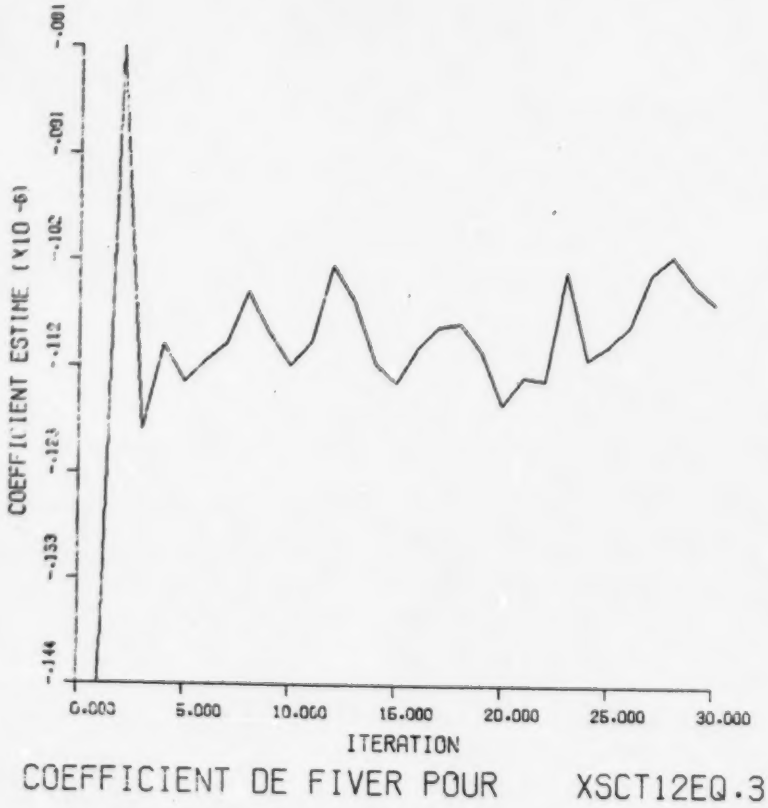
MODELE G2



MODELE G1

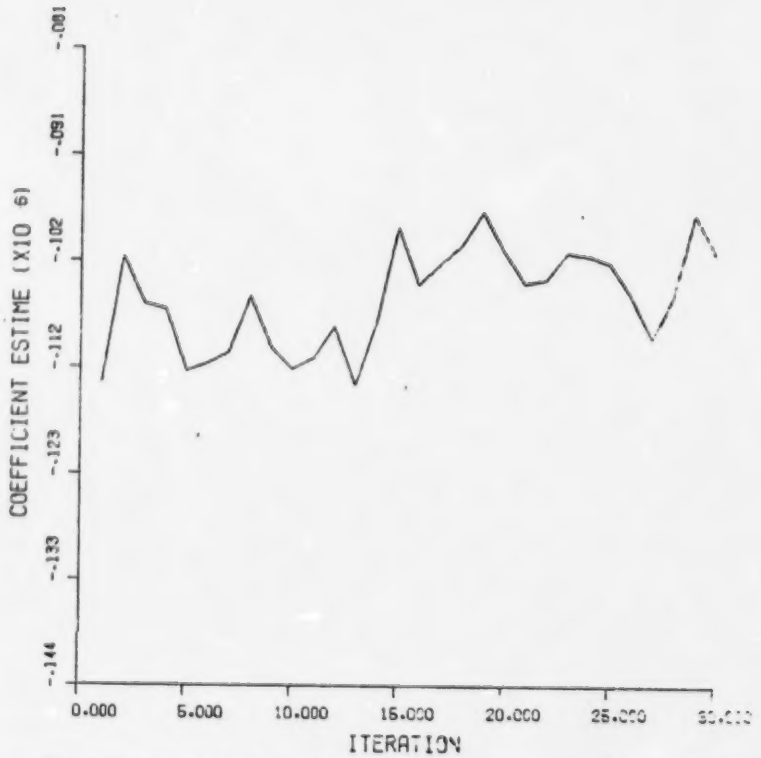


MODELE G2



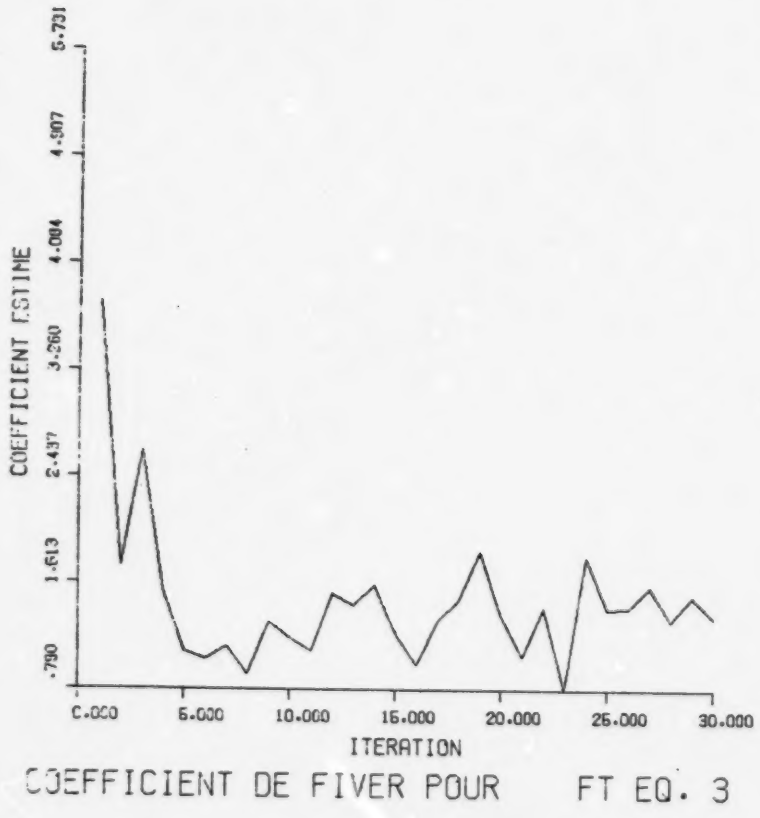
COEFFICIENT DE FIVER POUR XSCT12EQ.3

MODELE G1



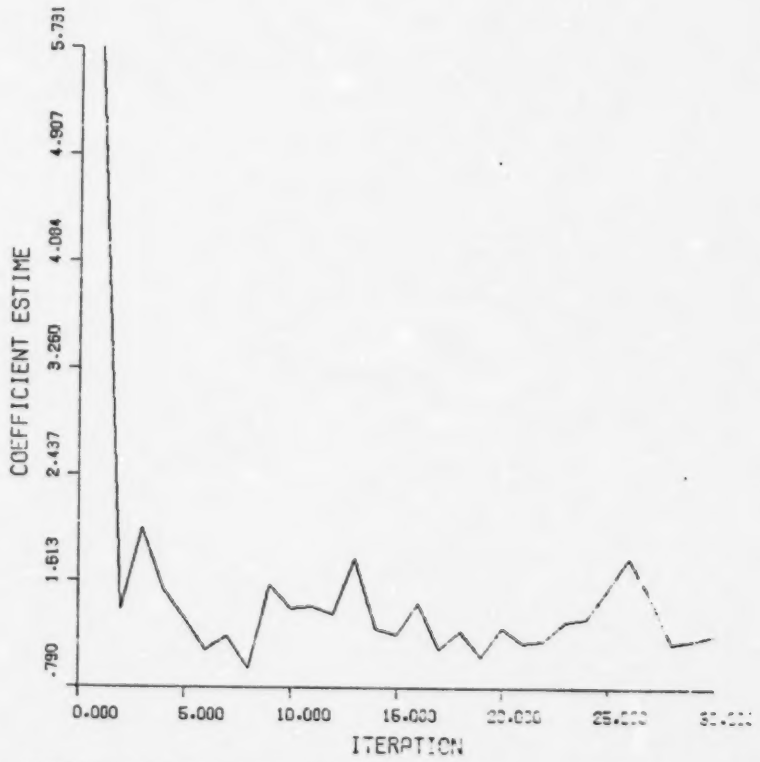
COEFFICIENT DE FIVER POUR XSCT12EQ.3

MODELE G2



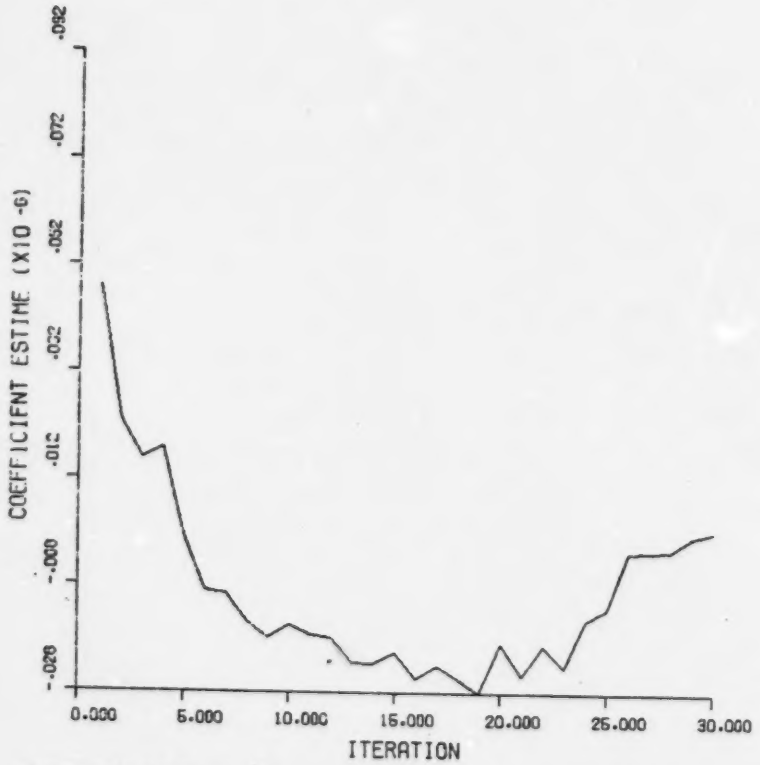
COEFFICIENT DE FIVER POUR FT EQ. 3

MODELE G1



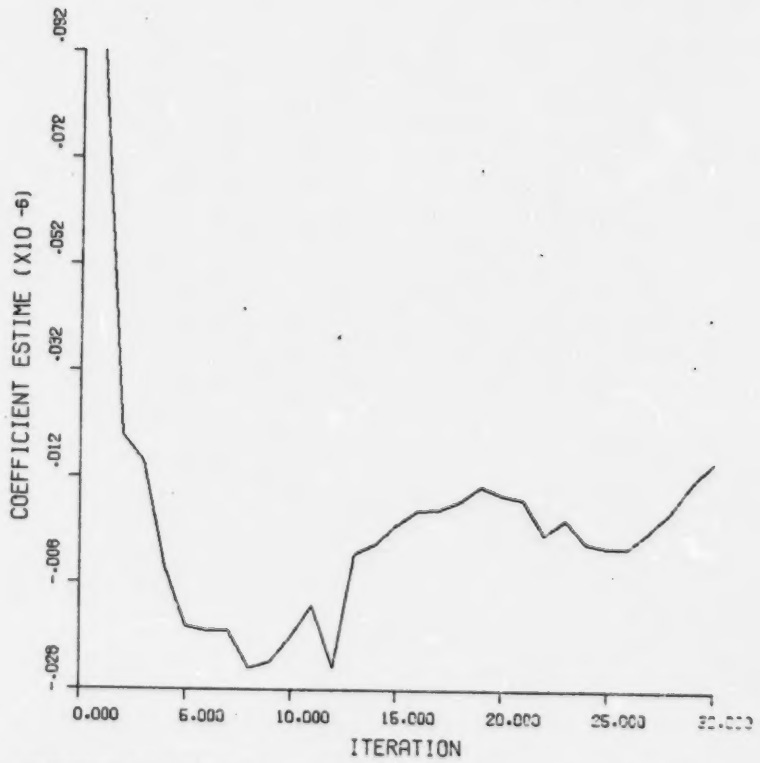
COEFFICIENT DE FIVER POUR FT EQ. 3

MODELE G2



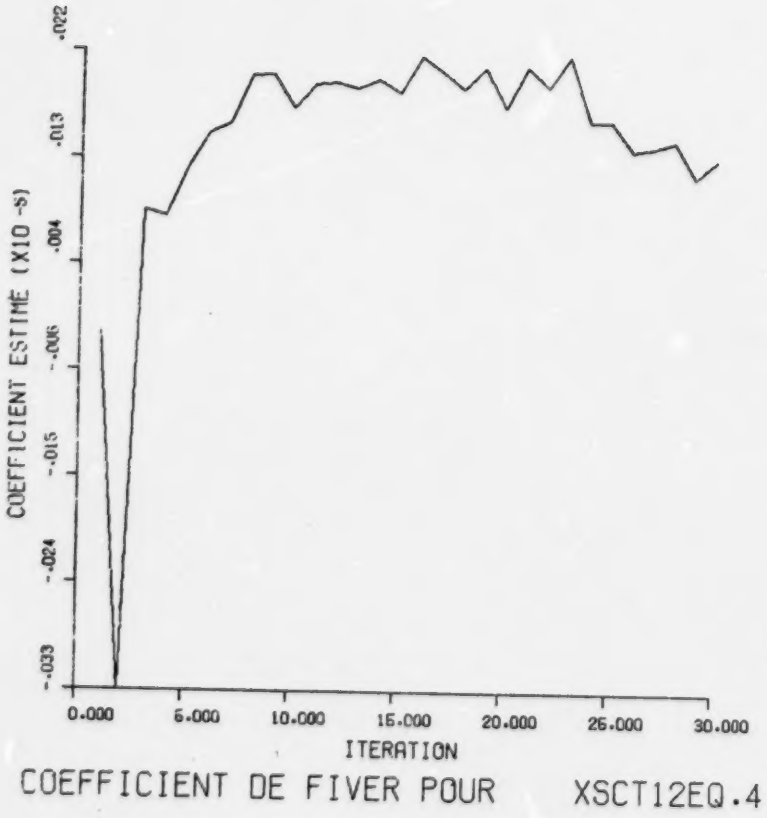
COEFFICIENT DE FIVER POUR XAT12 EQ.4

MODELE G1

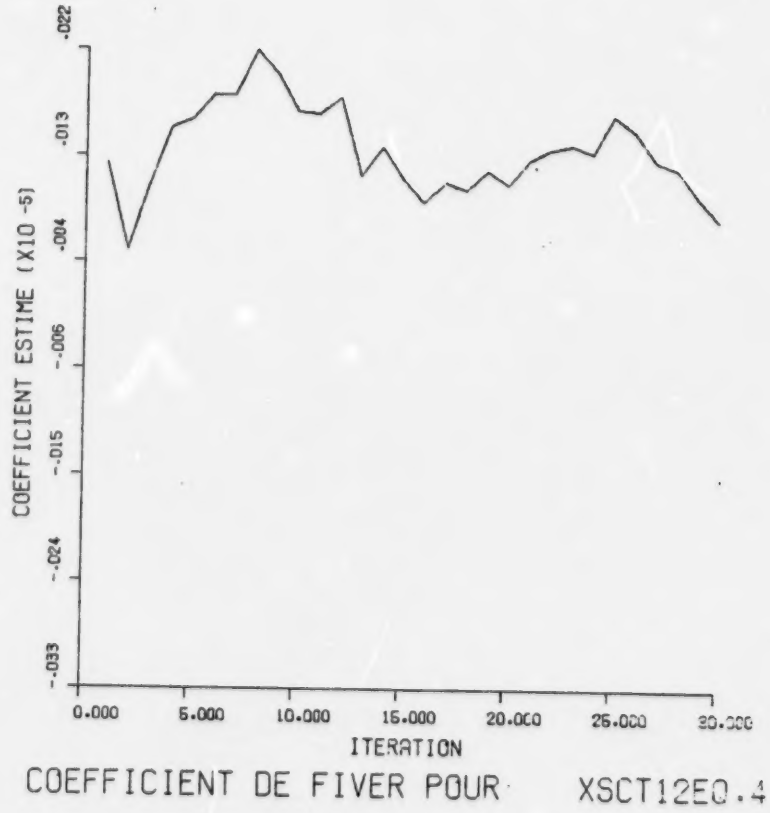


COEFFICIENT DE FIVER POUR XAT12 EQ.4

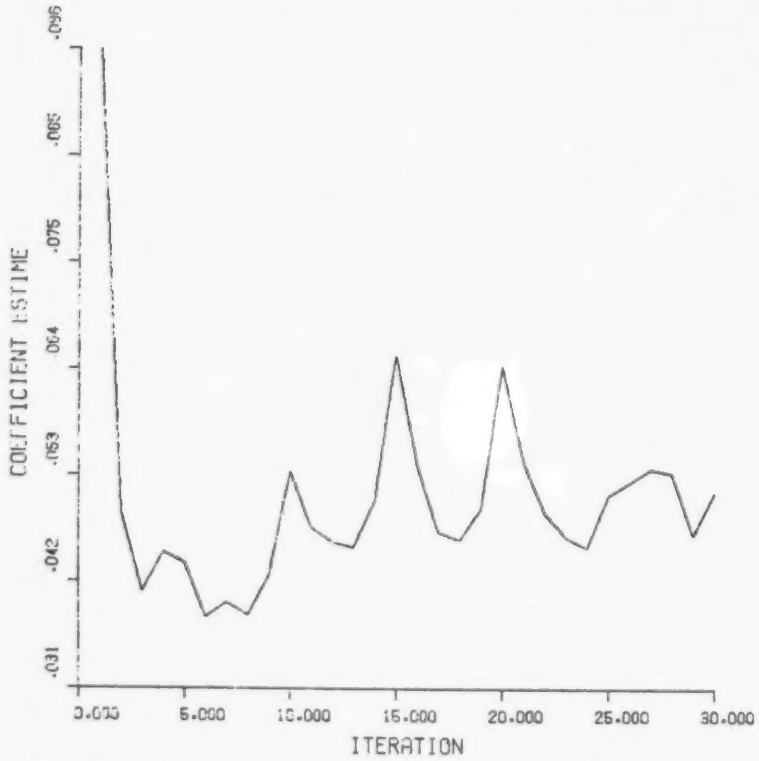
MODELE G2



MODELE G1

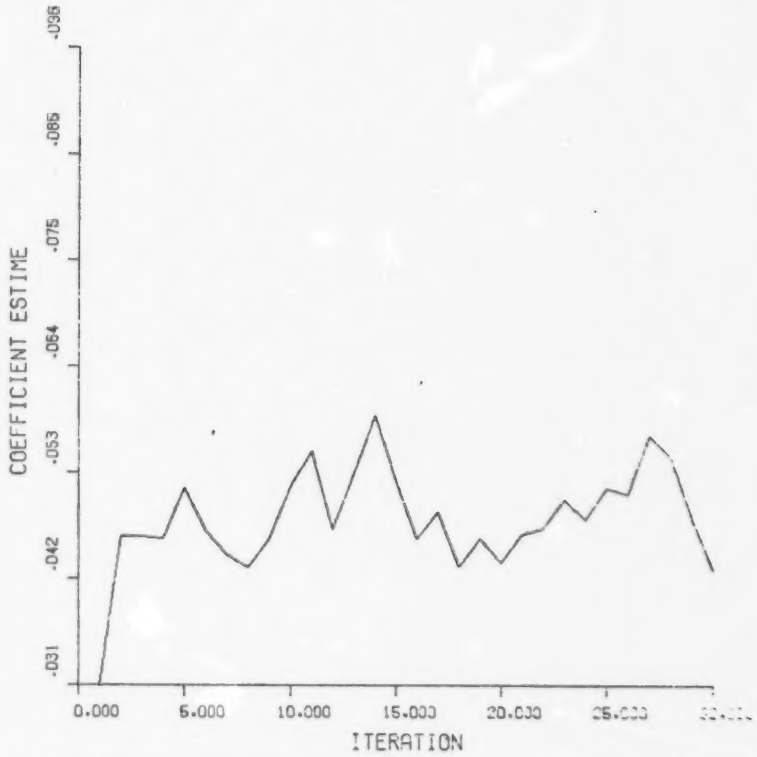


MODELE G2



COEFFICIENT DE FIVER POUR SFK EQ. 4

MODELE G1

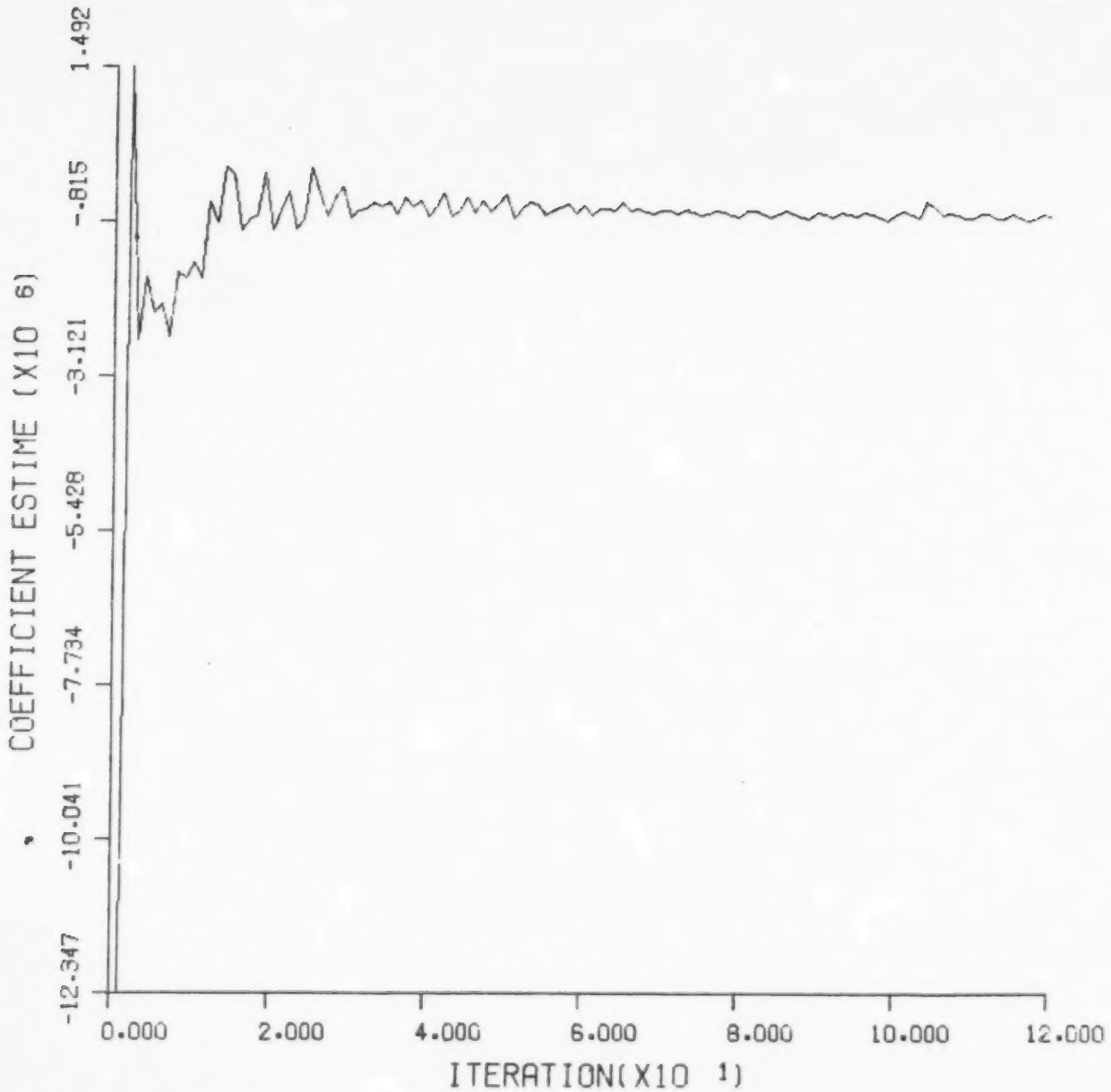


COEFFICIENT DE FIVER POUR SFK EQ. 4

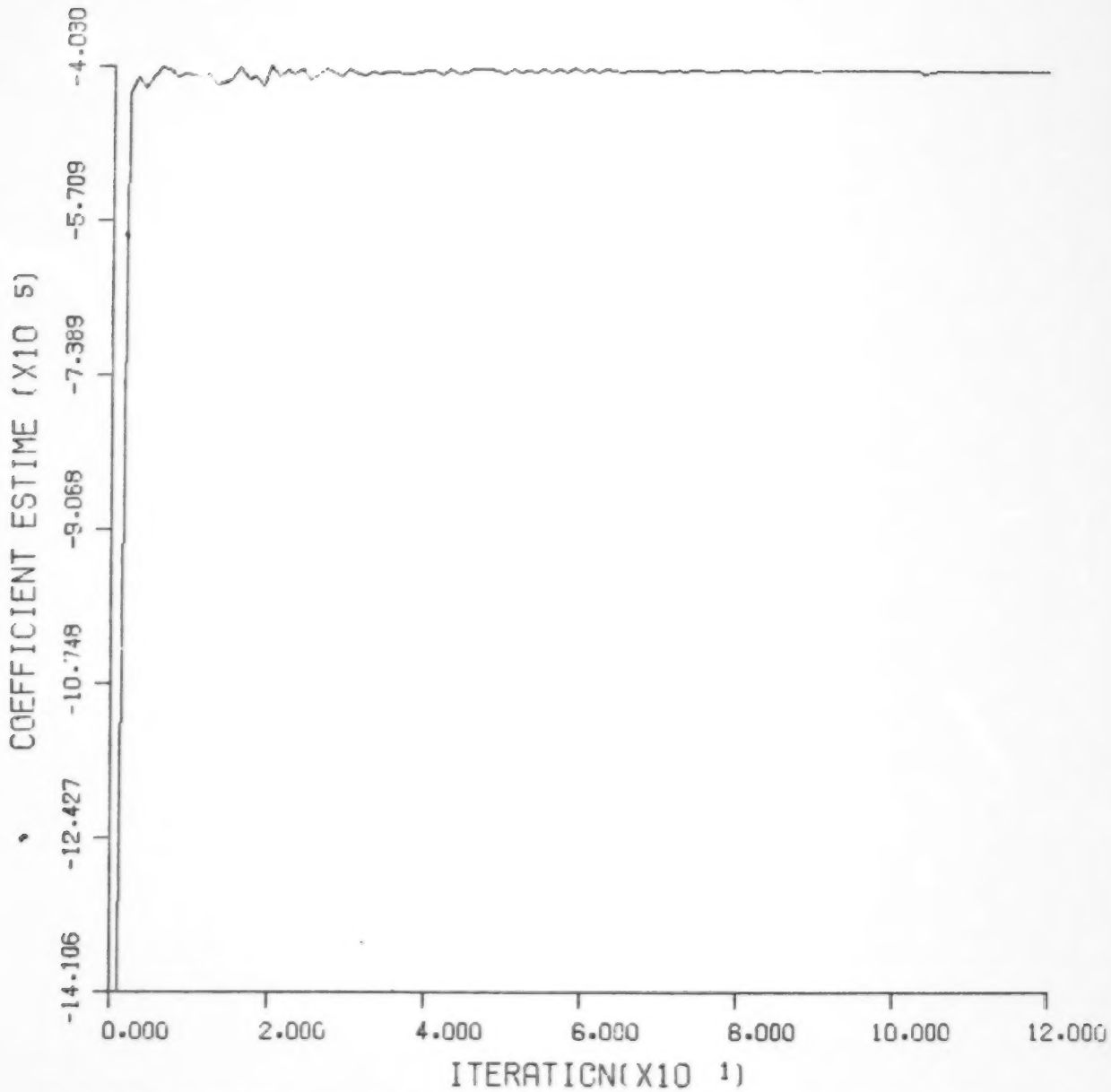
MODELE G2

APPENDICE C

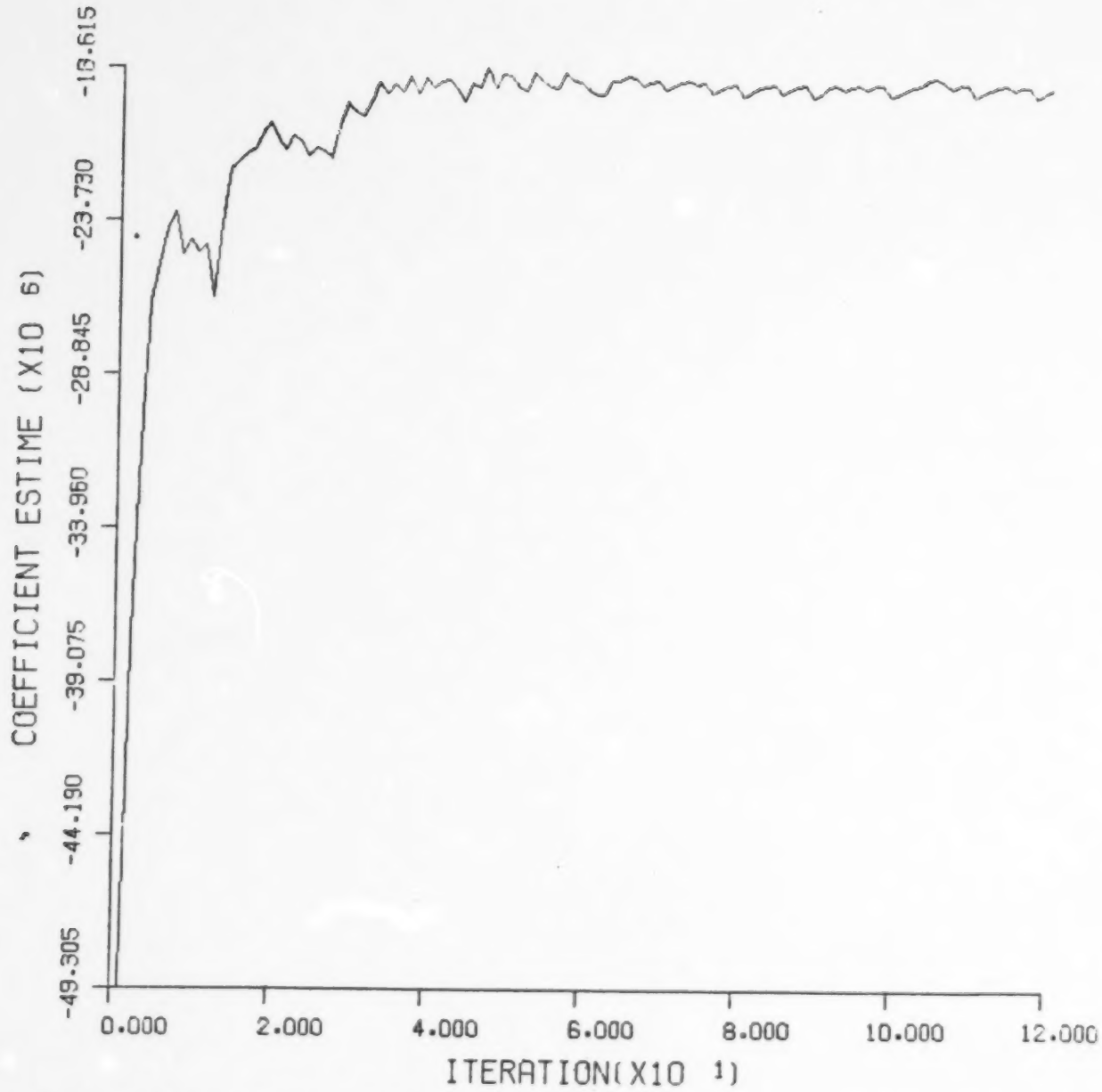
GRAPHIQUES POUR 120 ITERATIONS DU MODELE G2



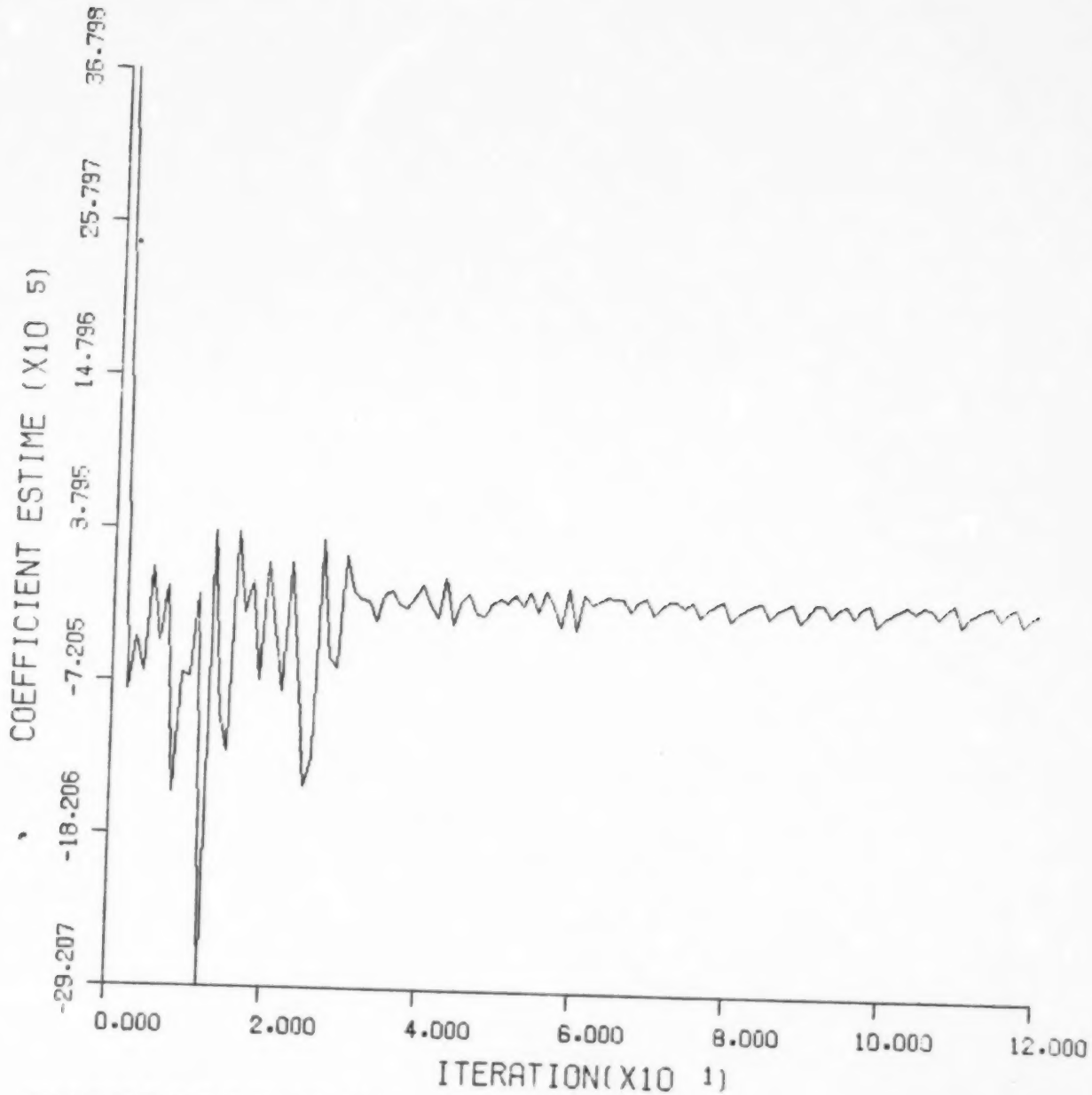
COEFFICIENT DE FIVER POUR TW EQ.1



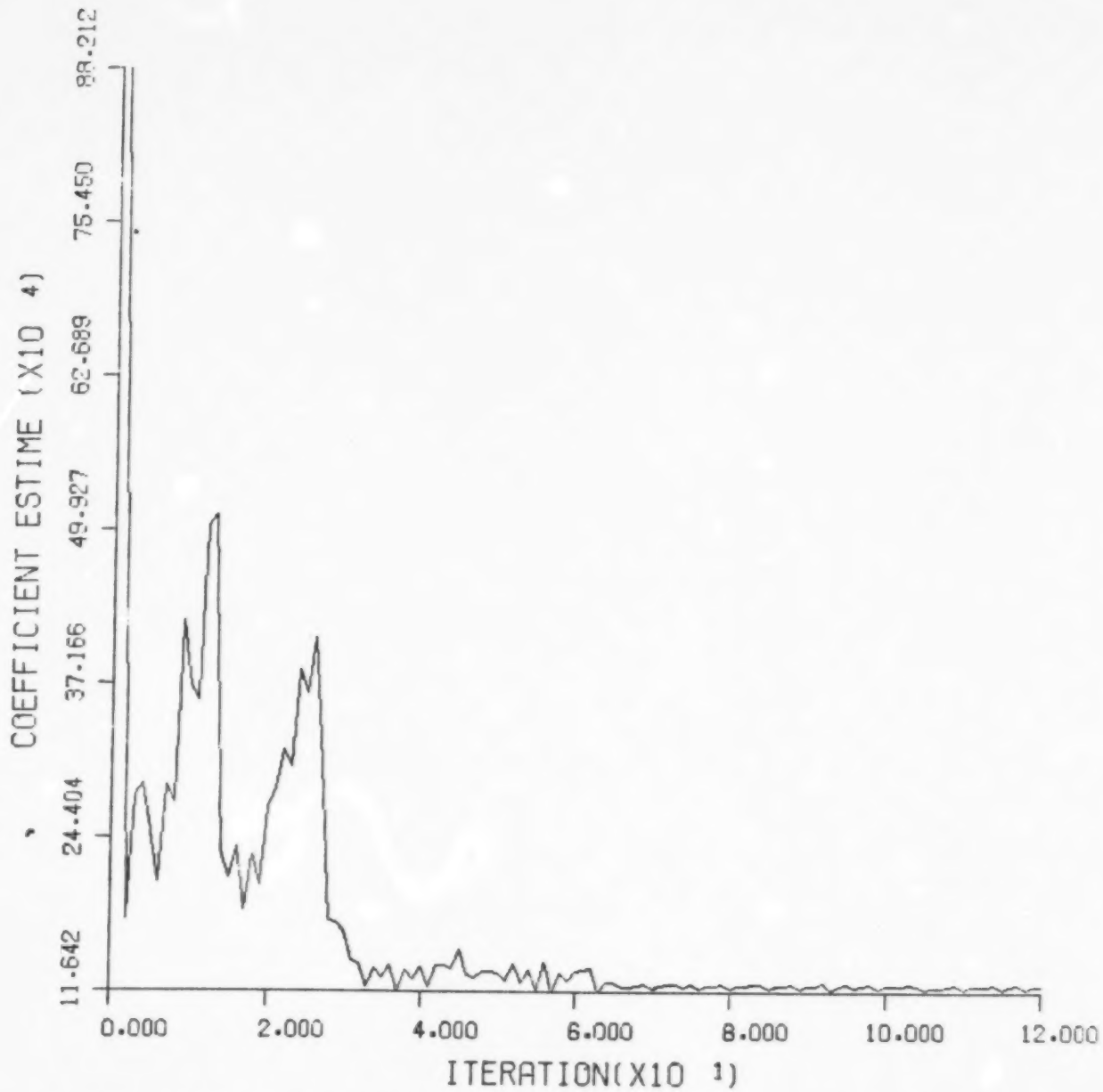
COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 1



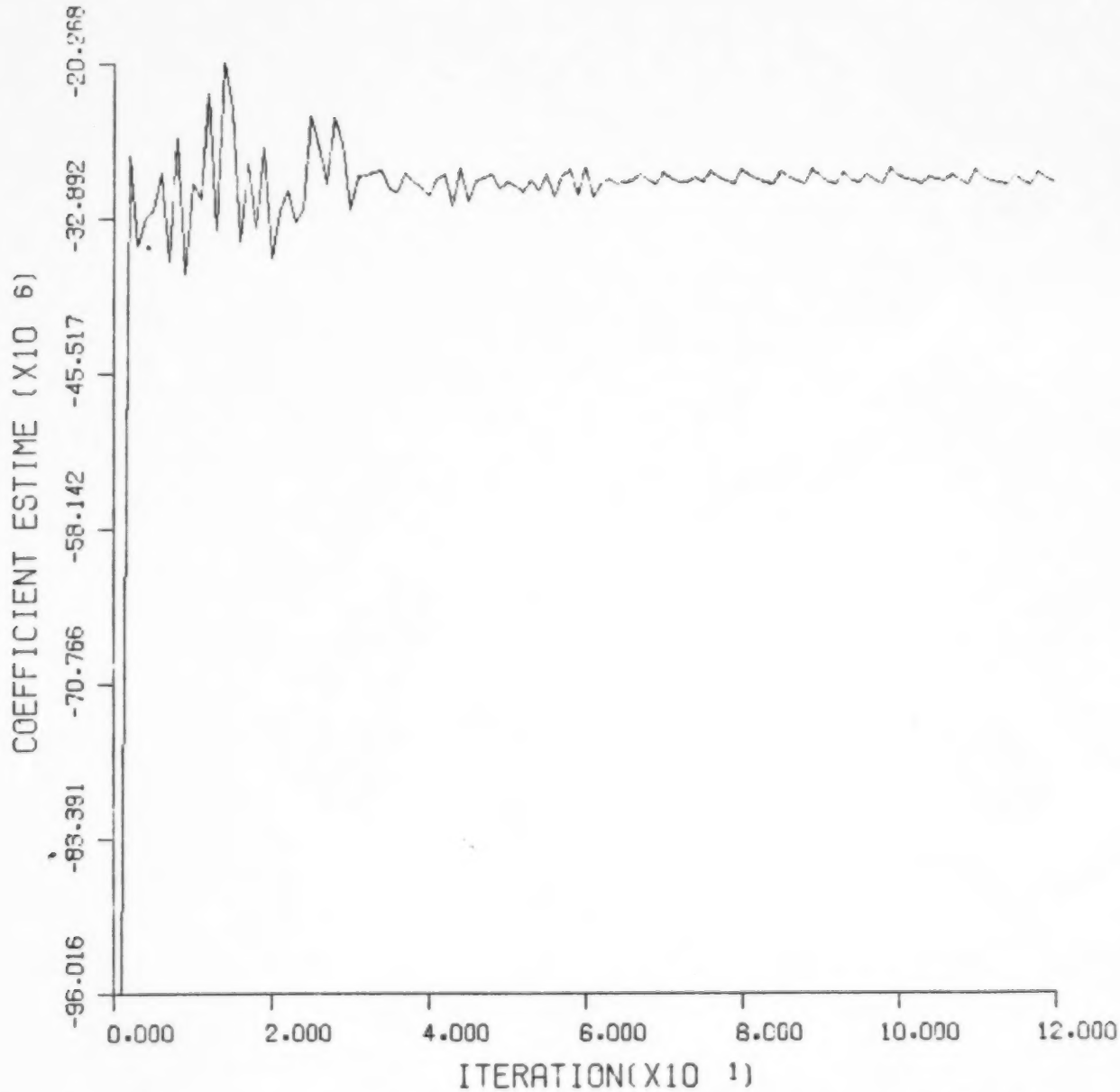
COEFFICIENT DE FIVER POUR FAD EQ. 1



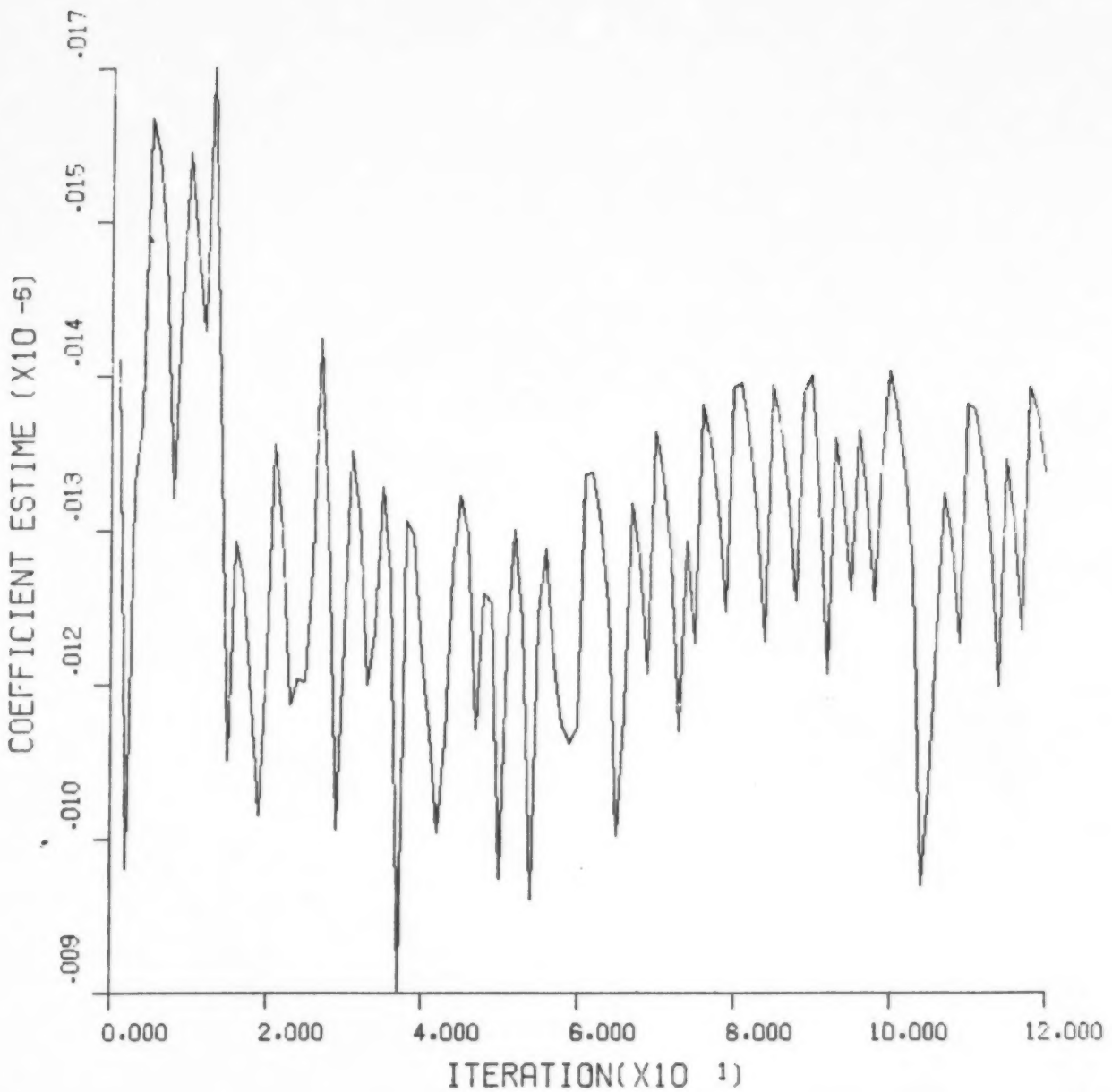
COEFFICIENT DE FIVER POUR TW EQ. 2



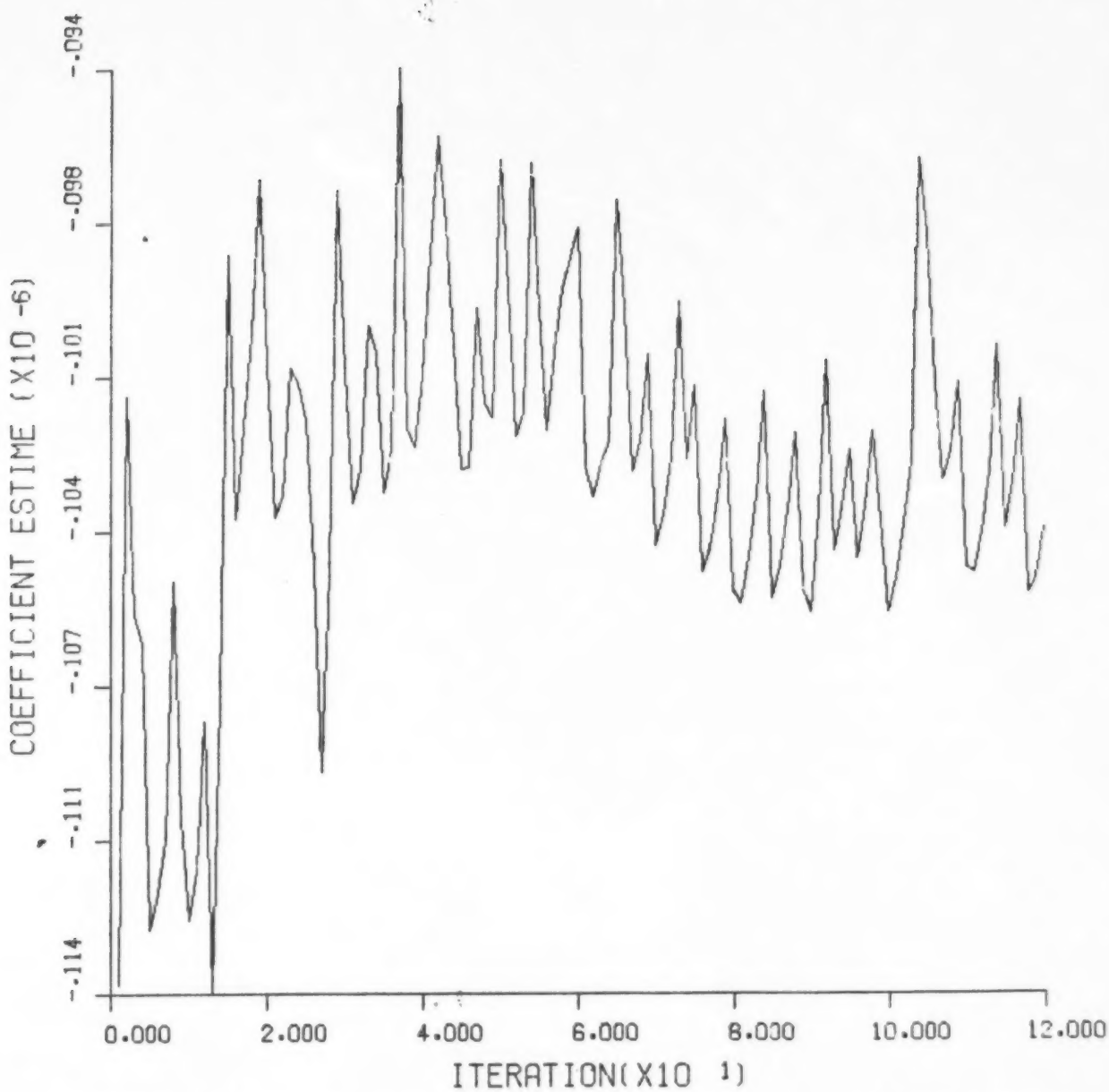
COEFFICIENT DE FIVER POUR TT EQ. 2



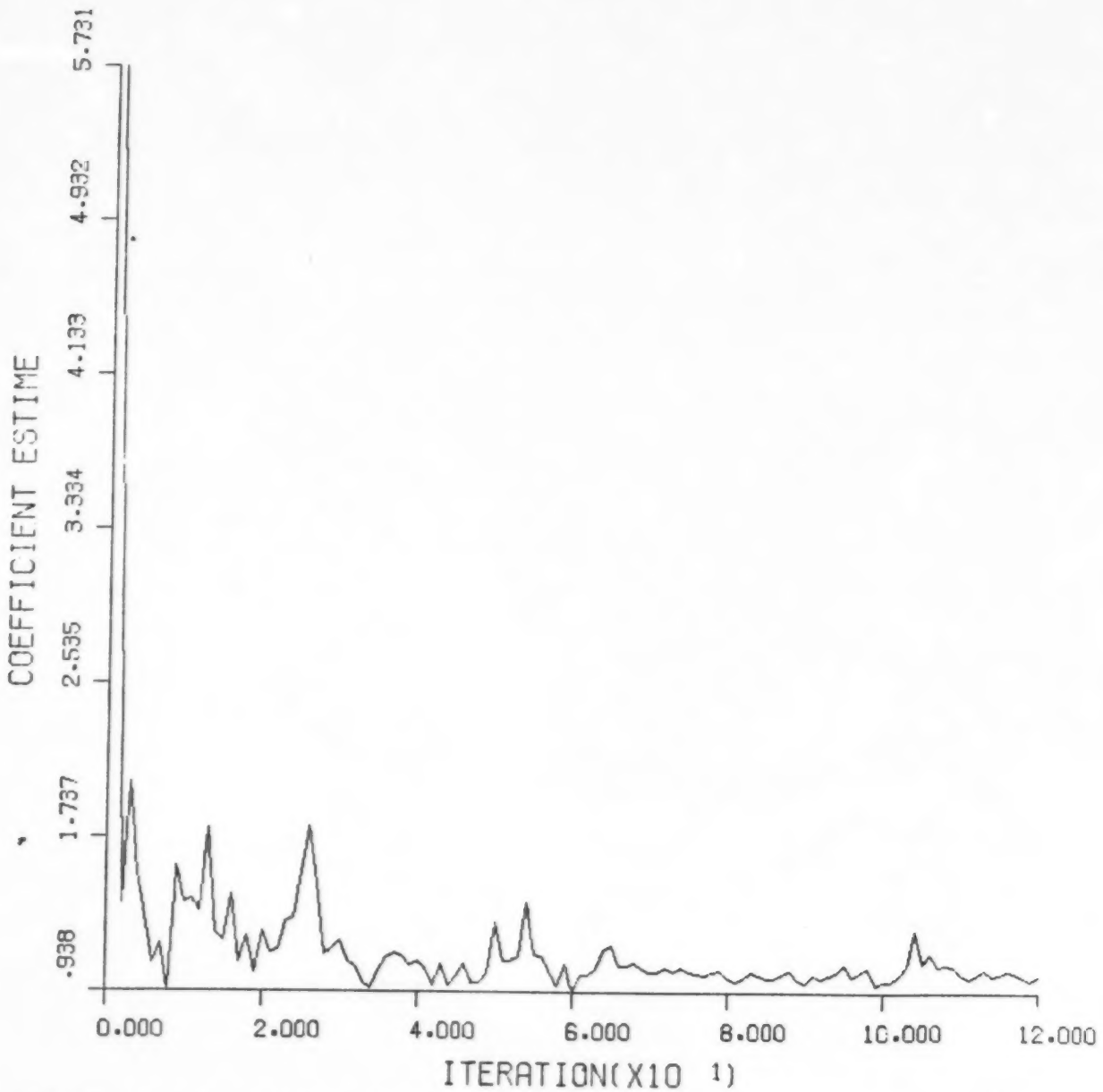
COEFFICIENT DE FIVER POUR FSCD EQ. 2



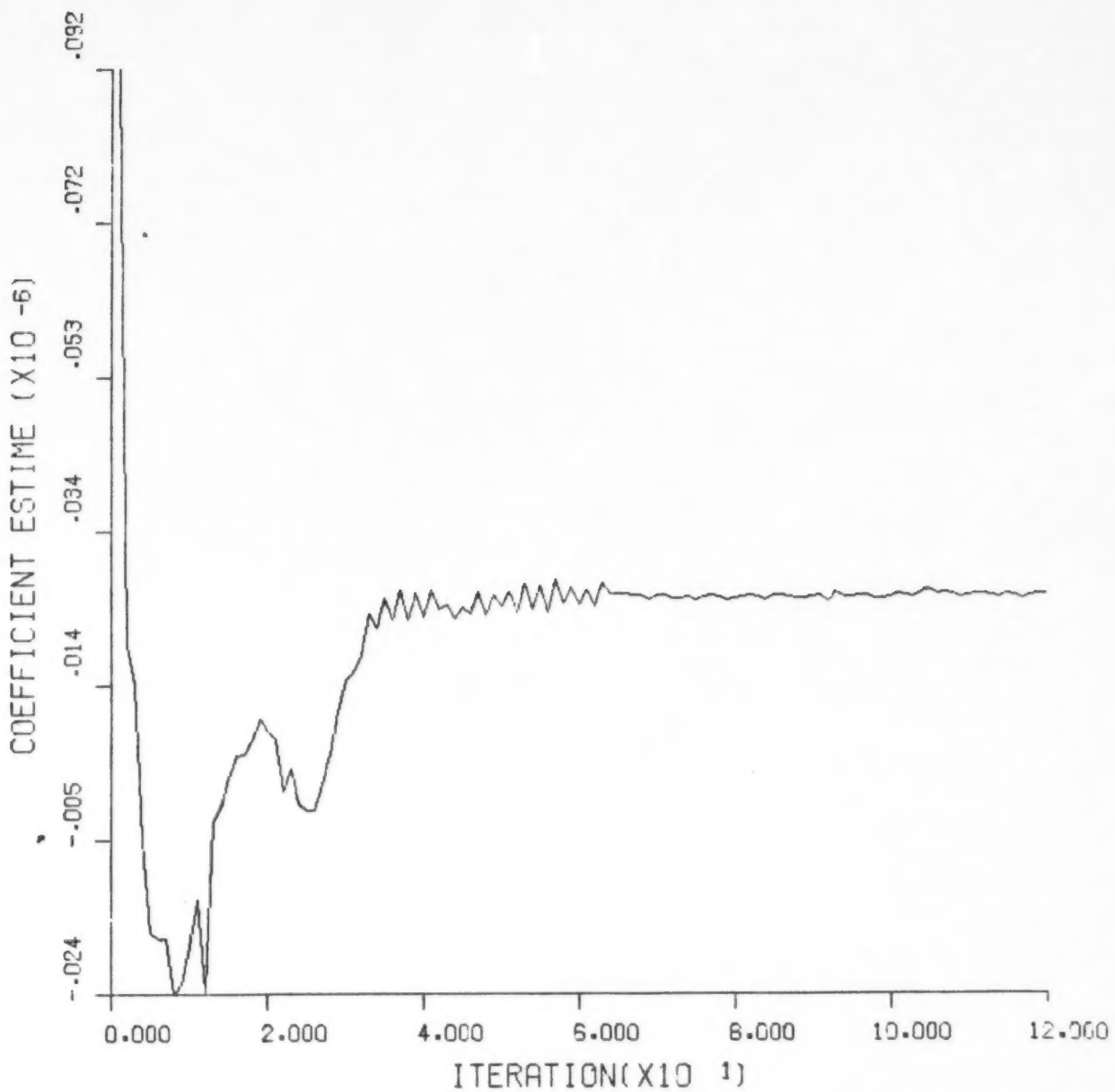
COEFFICIENT DE FIVER POUR XAT12 ED.3



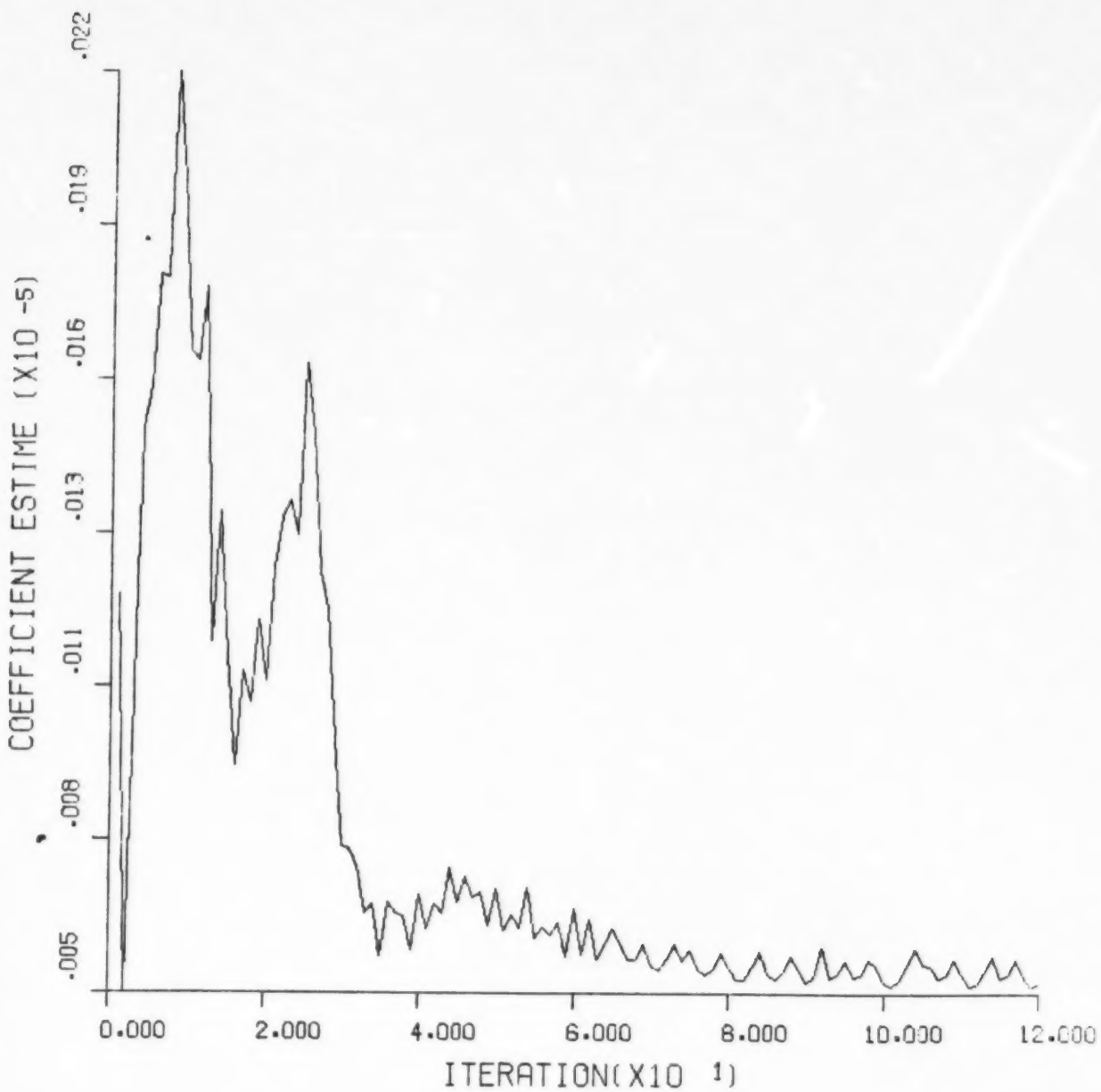
COEFFICIENT DE FIVER POUR XSCT12EQ.3



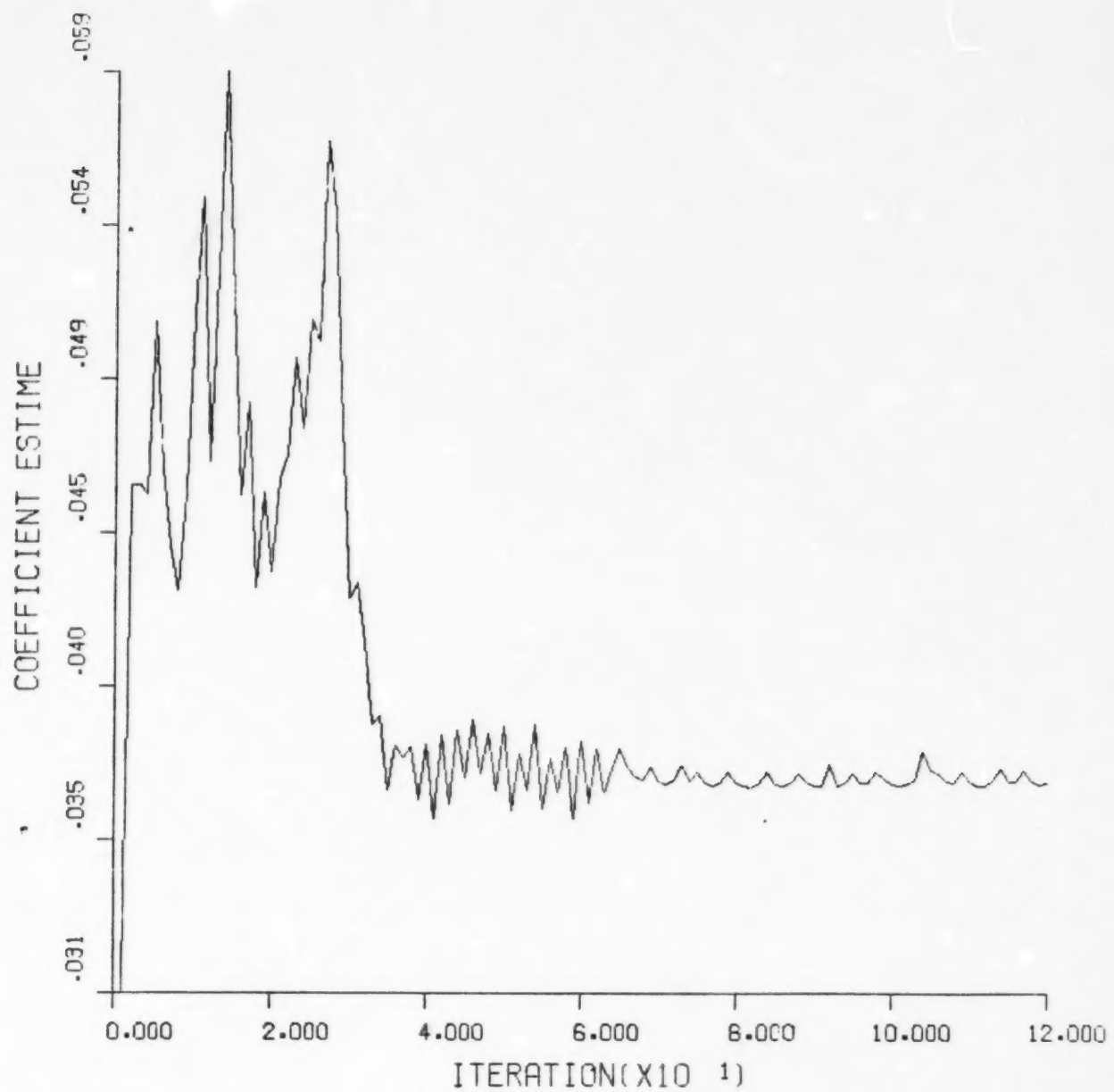
COEFFICIENT DE FIVER POUR FT EQ. 3



COEFFICIENT DE FIVER POUR XAT12 EQ.4



COEFFICIENT DE FIVER POUR XSCT12EQ.4



COEFFICIENT DE FIVER POUR SFK EQ. 4

BIBLIOGRAPHIE

[1] Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, Time-Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, 1970.

[2] Chow, G.C., "A Comparison of Alternative Estimators for Simultaneous Equations," Econometrica, XXXII (Oct. 1964), 532-553.

[3] Chow, G.C. and R.C. Fair, "Maximum Likelihood Estimation of Linear Equation Systems with Auto-Regressive Residuals," Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 2, No. 1, (Jan. 1973), 17-28.

[4] Cochrane, D., and G.H. Orcutt, "Application of Least-Squares Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms," J.A.S.A., 44 (1949), 32-61.

[5] Dhrymes, P.J., "Full Information Estimation of Dynamic Simultaneous Equations Models with Auto-regressive Errors", Discussion Paper no. 203, The Wharton School of Finance and Commerce, University of Pennsylvania (March, 1971).

[6] Fair, R.C., "Efficient Estimation of Simultaneous Equations with Auto-Regressive Errors by Instrumental Variables", Rev. Econ. Statist. 54, 1972, No. 4, 444-449.

[7] Gaudry, M., "An Aggregate Time-Series Analysis of Urban Transit Demand: The Montreal Case", Transportation Research, Vol. 9, 1975.

[8] Goldfeld, S.M. and R.E. Quandt, Nonlinear Methods in Econometrics, North-Holland Publ., Amsterdam, 1972.

[9] Johnston, J., Econometric Methods, McGraw-Hill, New York, 1972.

[10] Parks, R.W., "Efficient Estimation of a System of Regression Equations when Disturbances are both Serially and Contemporanously Correlated", J.A.S.A. 62, 1967, 500-509.

[11] Sabourin, Y., "Une étude de l'ajustement dynamique des passagers du transport en commun à Montréal suite à une modification dans le tarif ou le temps d'attente", rapport de recherche pour le grade M. Sc., Université de Montréal, nov. 1976.

BIBLIOGRAPHIE (fin)

[12] Zarembka, P., Frontiers in Econometrics, Academic Press, New York, 1974.